

DM de physique n° 27 (autocorrection)

Exercice : Force de pression sur un barrage

Le barrage le plus haut du monde est le barrage de Jinping I, qui est construit sur la rivière Yalong dans la province du Sichuan en Chine. Il s'agit d'un barrage-voute en béton de 305 m de haut constitué d'un arc de cercle de 568 m de long. On cherche à déterminer la résultante des forces de pression qui s'exercent sur un tel ouvrage lorsque son réservoir d'eau est rempli.

On modélise le barrage-voute par un quart de cylindre d'axe (Oz) vertical ascendant, de rayon R et de hauteur H , comme représenté sur la figure ci-dessous. La pression de l'air est supposée uniforme dans tout l'espace et égale à la pression atmosphérique $P_0 = 1 \text{ bar}$.

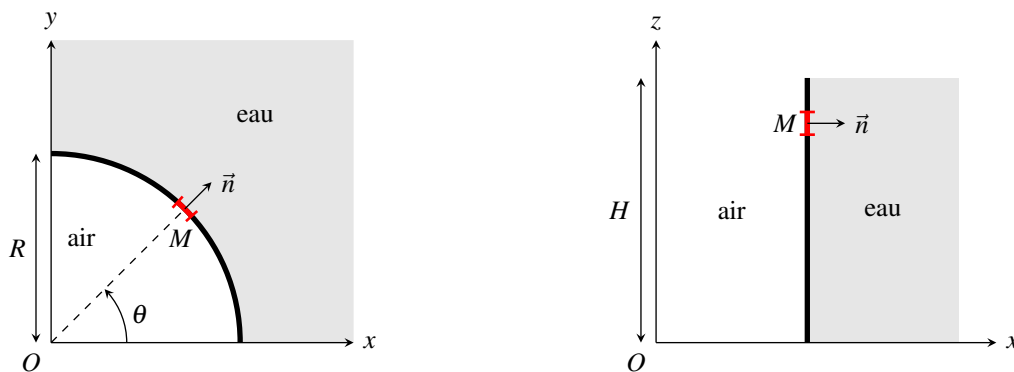


Figure : Barrage-voute en vue de dessus (à gauche), et en vue de coupe (à droite)

Données : Accélération de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, masse volumique de l'eau : $\rho_e = 1,00 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

1. À l'aide d'arguments de symétrie, déterminer la direction de la résultante $\vec{F} = \vec{F}_{\text{air}} + \vec{F}_{\text{eau}}$ des forces de pression qui s'exercent sur le barrage, puis représenter le sens de cette résultante sur un schéma en vue de dessus.
2. Exprimer la force de pression exercée par l'air sur un élément de surface du barrage $d\vec{S} = R d\theta dz \vec{n}$ situé en un point M quelconque et orienté selon le vecteur unitaire $\vec{n}$ (voir figure). En déduire la résultante $\vec{F}_{\text{air}}$ des forces de pression exercées par l'air sur le barrage en fonction de R , H et P_0 . On exprimera $\vec{F}_{\text{air}}$ dans la base cartésienne $(\vec{u}_x, \vec{u}_y)$.
3. En supposant que l'eau est un fluide incompressible, établir l'expression du champ de pression $P(z)$ dans l'eau.
4. Exprimer la résultante $\vec{F}_{\text{eau}}$ des forces de pression exercées par l'eau sur le barrage en fonction de R , H , P_0 , g et ρ_e .
5. En déduire que la norme de la résultante des forces de pression qui s'exercent sur le barrage s'exprime sous la forme :

$$F = \frac{R \rho_e g H^2}{\sqrt{2}}$$

6. Déterminer numériquement la norme de cette résultante pour le barrage de Jinping I.

En pratique le maintien de la structure en béton d'un barrage-voute est assuré par un report des forces de pression vers des appuis latéraux.