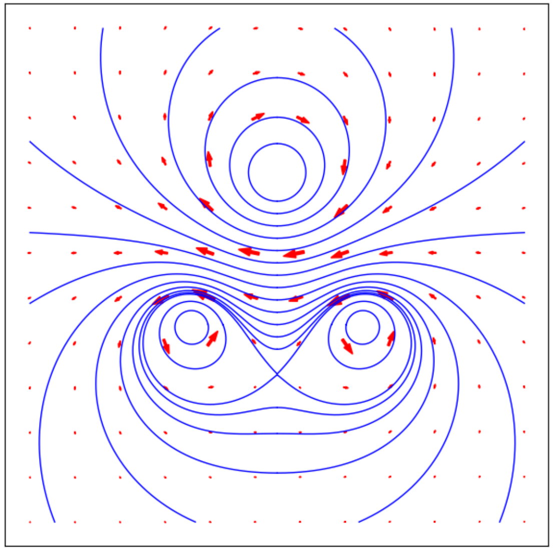
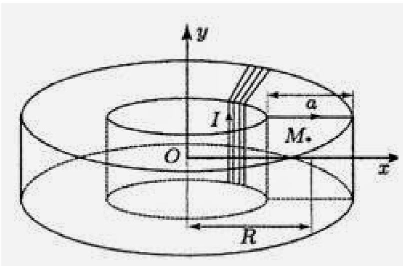
# TD 27 : Champ $\overrightarrow{B}$, forces de Laplace

## ⋆ Exercice 1 : Carte de champ magnétique

Extraire un maximum d'informations de la carte de champ magnétique ci-dessous, sachant que les sources sont uniquement des courants. Identifier les lieux où circulent les courants, déterminer leur direction et leur sens, identifier d'éventuels points d'annulation du champ, localiser les zones de champ fort.



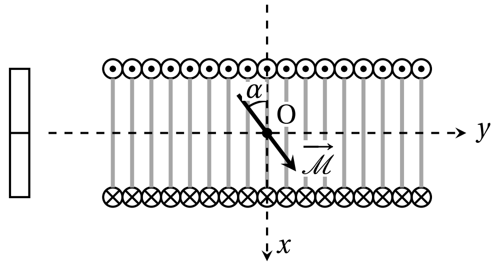
## ⋆ Exercice 2 : Champ créé par une bobine torique




1. Déterminer le système de coordonnées le plus adapté pour décrire le champ magnétique créé par cette bobine.
2. Déterminer les propriétés géométriques de ce champ en s'appuyant sur une analyse des symétries et invariances des courants.
3. Quelle est l'allure des lignes de champ produites à l'intérieur de la bobine ?

## ⋆ Exercice 3 : Mesurer un champ magnétique

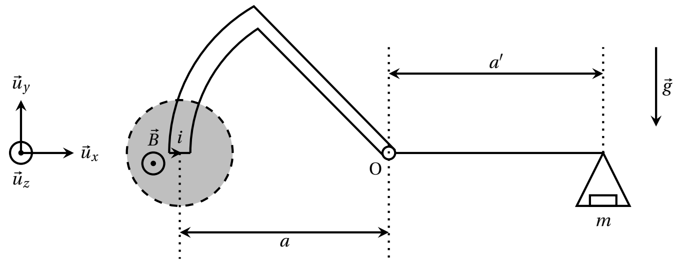
On place une aiguille aimantée à l'intérieur d'un solénoïde d'axe O$y$, parcouru par un courant d'intensité $i = 240\,\text{mA}$. Le solénoïde comporte $N = 400$ spires et sa longueur est $L = 80\,\text{cm}$. L'aiguille peut pivoter autour du point O. Un aimant droit est placé à l'extérieur du solénoïde (voir schéma ci-dessous). À l'équilibre, l'aiguille fait un angle $\alpha = 32°$ avec l'axe (O$x$).




1. Quelle est la direction et le sens du champ magnétique $\vec{B}_s(\text{O})$ produit par le solénoïde ? Calculer sa norme $\|\vec{B}_s(\text{O})\|$. *Donnée* : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\text{H}\cdot\text{m}^{-1}$.
2. Tracer l'allure de la ligne de champ magnétique produite par l'aimant et qui passe par le point O. Quelle est la direction de ce champ $\vec{B}_a(\text{O})$ ?
3. Situer, en le justifiant, la position des deux pôles de l'aimant.
4. Déterminer numériquement $\|\vec{B}_a(\text{O})\|$.

## ⋆⋆ Exercice 4 : Balance de Cotton

La balance de Cotton était jadis utilisée pour mesurer des champs magnétiques uniformes. Elle est constituée de deux parties rigidement liées l'une à l'autre en $O$. La partie de droite est une tige à l'extrémité de laquelle est attachée un plateau supportant une masse $m$. La partie de gauche est constituée d'un support rigide qui soutient un circuit parcouru par le courant d'intensité $i$. Dans la zone grisée où règne le champ magnétique, les conducteurs aller et retour sont des arcs de cercle de centre $O$, reliés par une portion horizontale de longueur $L$. La balance peut tourner dans le plan vertical autour de l'axe $Oz$, mais est utilisée à l'équilibre, dans la configuration du schéma. À vide, c'est-à-dire sans champ magnétique ni masse $m$, elle est à l'équilibre et le bras droit est parfaitement horizontal.




1. Justifier que le moment des actions de Laplace qui s'exercent sur les deux arcs de cercle sont nuls.
2. Calculer le moment par rapport à $(Oz)$ des actions de Laplace qui s'exercent sur la balance.
3. En déduire une relation entre $B$ et $m$.
4. AN : $a = a' = 25\,\text{cm}$, $L = 2{,}0\,\text{cm}$ , $m = 10\,\text{g}$ , $g = 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ et $i = 3{,}0\,\text{A}$.

# TD 27 : Champ $\overrightarrow{B}$, forces de Laplace

## ⋆⋆ Exercice 5 : Moment magnétique orbital d'un électron

Un électron de masse $m_e$ et de charge $-e$ est en mouvement circulaire uniforme, à la vitesse angulaire $\Omega$, autour d'un noyau. On assimile le système à une spire circulaire par courue par un courant $I$.

1. Exprimer le courant $I$ moyen associé au déplacement de l'électron en fonction de $\Omega$ et $e$.
2. Montrer que le moment magnétique $\overrightarrow{\mu}$ est proportionnel à son moment cinétique $\overrightarrow{L}$. Exprimer le coefficient de proportionnalité $\gamma_e$, appelé *rapport gyromagnétique*, en fonction de $e$ et de $m_e$.
3. Dans le modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène, le moment cinétique de l'électron est quantifié : $\left\|\overrightarrow{L}\right\| = n\hbar$ avec $\hbar = \frac{h}{2\pi}$.
   Montrer que le moment magnétique de l'atome est du type : $\left\|\overrightarrow{\mu}\right\| = n\mu_B$ où $\mu_B$, appelé *magnéton de Bohr*, est à exprimer en fonction de $e$, $\hbar$ et $m_e$.
   Calculer la valeur numérique de $\mu_B$.

Données : $m_e = 9,1.10^{-31}\,\mathrm{kg}$ , $e = 1,6.10^{-19}\,\mathrm{C}$ , $h = 6,63.10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s}$.

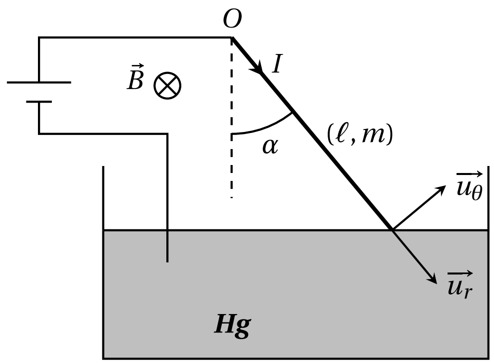
## ⋆⋆ Exercice 6 : Petites oscillations d'une aiguille aimantée

Une aiguille aimantée, de moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ est libre de tourner autour d'un axe $(\mathrm{O}z)$ passant par son centre d'inertie G. Elle est soumise à l'action d'un champ magnétique $\vec{B}$ stationnaire, uniforme et orthogonal à $(\mathrm{O}z)$. À l'équilibre, $\vec{\mathcal{M}}$ est colinéaire à $\vec{B}$, de même sens. On note $J$ le moment d'inertie de l'aiguille par rapport à l'axe $(\mathrm{O}z)$.

On fait pivoter très légèrement l'aiguille en partant de sa position d'équilibre, puis on la lâche. Exprimer la période des petites oscillations de l'aiguille.

## ⋆⋆ Exercice 7 : Pendule électrique

On considère une tige conductrice filiforme rigide de longueur $\ell$, de masse $m$ uniformément répartie le long de la tige, mobile autour d'un axe $(Oz)$ horizontal perpendiculaire au fil en une de ses extrémités $O$. L'autre extrémité affleure dans du mercure contenu dans une cuve. Un courant d'intensité $I$ traverse le fil suivant le schéma ci-dessus. Le fil est placé dans un champ magnétique uniforme perpendiculaire au plan de la figure ($\vec{B} = -B\,\vec{u}_z$ avec $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ formant une base orthonormée directe).




1. Exprimer le moment par rapport à $O_z$ des actions de Laplace qui s'exercent sur la tige.
2. Déterminer l'angle $\alpha$ à l'équilibre.

## Solutions :

**Ex3** : 1. $\left\|\vec{B}_\mathrm{s}(\mathrm{O})\right\| = 1,5\cdot 10^{-4}\,\mathrm{T}$ 4. $\left\|\vec{B}_\mathrm{a}(\mathrm{O})\right\| = 2,4\cdot 10^{-4}\,\mathrm{T}$

**Ex4** : 1. $\mathcal{M}_{Oz}(\vec{F}_\mathrm{lap}) = aiLB$ 2. $B = \dfrac{a'mg}{aiL}$ 3. $B = 1,6\,\mathrm{T}$

**Ex5** : 1. $I = -\dfrac{e\Omega}{2\pi}$ 2. $\gamma_e = \dfrac{-e}{2m_e}$ 3. $\mu_B = \dfrac{e\hbar}{2m_e} = 9,3.10^{-24}\,\mathrm{A\cdot m^2}$

**Ex6** : $T = 2\pi\sqrt{J/(\mathcal{M}\mathcal{B})}$

**Ex7** : 1. $\mathcal{M}_{Oz}(\vec{F}_\mathrm{lap}) = \dfrac{1}{2}IB\ell^2$ 2. $\sin\alpha = \dfrac{IB\ell}{mg}$