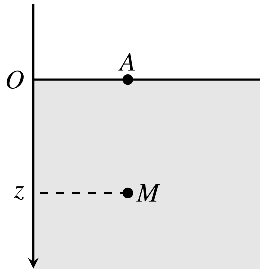
Corrigé Concours blanc

Exercice 1 : Plongée sous-marine

1. On intègre la loi fondamentale de la statique des fluides entre un point A de la surface ($z=0, P=P_{\text{atm}}$) et un point M d'altitude z quelconque. L'axe (Oz) est descendant donc :



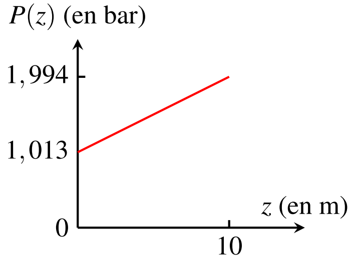
$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = \rho g \implies \mathrm{d}P = \rho g \mathrm{d}z$$

$$\implies \int_{P_{\text{atm}}}^{P(z)} \mathrm{d}P = \rho g \int_0^z \mathrm{d}z$$

$$\implies P(z) - P_{\text{atm}} = \rho g z$$

On conclut : $\boxed{P(z) = P_0 + \rho g z}$.

La pression en $z=0$ vaut $\boxed{P(z=0) = P_{\text{atm}} = 1{,}013 \cdot 10^5\,\text{Pa}}$ et la pression à dix mètres de profondeur vaut $\boxed{P(z=10\,\text{m}) = 1{,}994 \cdot 10^5\,\text{Pa}}$. On trace sur la figure ci-contre l'allure du graphe de $P(z)$.



2. Lors de sa descente le plongueur bloque sa respiration donc la quantité d'air dans ses poumons n se conserve. La température se conserve également, de sorte que la loi des gaz parfaits permet d'écrire, entre la surface et une profondeur z quelconque :

$$P_{\text{atm}} V_M = P(z) V(z) \implies \boxed{V(z) = \frac{V_M}{1 + \frac{\rho g z}{P_{\text{atm}}}}}$$

L'application numérique donne $\boxed{V(z = 10\,\text{m}) = 3{,}56\,\text{L}}$.

3. Par la suite on notera $\vec{F} = \vec{P} + \vec{\Pi}_A$ la flottabilité. D'après la loi d'Archimède : $\vec{\Pi}_A = -\rho(V_0 + V(z))\vec{g}$ avec V_0 le volume du plongeur hors cage thoracique, supposé constant, donc :

$$\vec{F} = [m - \rho(V_0 + V(z))]\,\vec{g} = [m - \rho V_0 - \rho V(z)]\, g \vec{u}_z$$

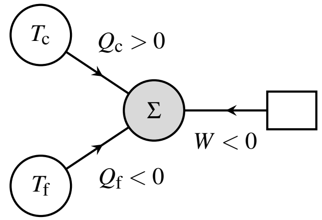
avec m la masse totale du plongeur, qui est constante au cours de la descente. On a montré à la question précédente que $z \mapsto V(z)$ est décroissante. On conclut que la flottabilité est telle que $\vec{F} = F(z)\vec{u}_z$ avec $z \mapsto F(z)$ une fonction **croissante** de la profondeur.

4. La flottabilité du système {plongeur + lest} vaut $\vec{F} = (m + m_1)\vec{g} - \rho V^\star(z)\vec{g} = \vec{0}$. Elle s'annule lorsque $\boxed{m_1 = \rho\,(V_0 + V(z)) - m}$.

Pour une profondeur d'équilibre $z = 5\,\text{m}$, l'application numérique donne $\boxed{m_1 = 1{,}7\,\text{kg}}$.

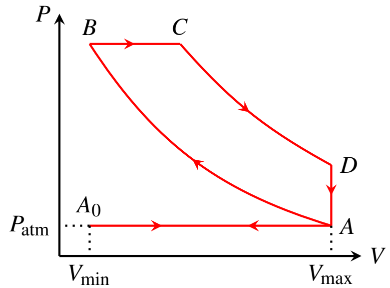
Exercice 2 : Cycle de Diesel

1.



2. Voir cours pour la démo : $\boxed{\eta_{\max} = 1 - \frac{T_f}{T_c}}$.

3. Le cycle de Diesel a l'allure suivante.



4. On applique la loi de Laplace à la transformation $A \to B$ qui est adiabatique réversible pour un gaz parfait :

$$T_{\text{atm}} V_{\max}^{\gamma-1} = T_B V_{\min}^{\gamma-1} \iff \boxed{T_B = x^{\gamma-1} T_{\text{atm}}}$$

La transformation $B \to C$ est isobare donc :

$$\frac{T_B}{V_{\min}} = \frac{T_C}{V_C} \iff T_C = \frac{V_C}{V_{\min}} T_B = \frac{x}{y} T_B \iff \boxed{T_C = \frac{x^\gamma}{y} T_{\text{atm}}}$$

On applique à nouveau la lois de Laplace, à la transformation $C \to D$:

$$T_C V_C^{\gamma-1} = T_D V_{\max}^{\gamma-1} \iff T_D = y^{1-\gamma} T_C \iff \boxed{T_D = \left(\frac{x}{y}\right)^\gamma T_{\text{atm}}}$$

5. Le rendement est défini comme le rapport de l'énergie utile et de l'énergie dépensée pour faire fonctionner le moteur. Ici l'énergie utile est le travail fourni sur un cycle $-W_{\text{cycle}}$. Le moteur fonctionne grâce au transfert thermique libéré au cours de la combustion isobare $B \to C$. On conclut que $\eta_D = -\frac{W_{\text{cycle}}}{Q_{BC}}$.

On applique le premier principe au gaz contenu dans le moteur, sur un cycle : $0 = W_{\text{cycle}} + Q_{BC} + Q_{DA}$ (les transformations $A \to B$ et $C \to D$ sont adiabatiques). On en déduit que $-W_{\text{cycle}} = Q_{BC} + Q_{DA}$ donc $\boxed{\eta_D = 1 + \frac{Q_{DA}}{Q_{BC}}}$.

6. On applique le premier principe pour la transformation isobare $B \to C$ et la transformation isochore $D \to A$:

$$\begin{cases} \Delta_{BC} H = C_P (T_C - T_B) = Q_{BC} \\ \Delta_{DA} U = C_V (T_A - T_D) = Q_{DA} \end{cases} \implies \boxed{\eta_D = 1 + \frac{C_V (T_A - T_D)}{C_P (T_C - T_B)} = 1 + \frac{T_A - T_D}{\gamma (T_C - T_B)}}$$

On utilise alors les résultats de la question 4 :

$$\eta_D = 1 + \frac{1 - x^\gamma y^{-\gamma}}{\gamma\left(x^\gamma y^{-1} - x^\gamma x^{-1}\right)} \iff \boxed{\eta_D = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{x^{-\gamma} - y^{-\gamma}}{x^{-1} - y^{-1}} = 0{,}61}$$

7. En pratique le rendement est plus faible car il y a des sources d'irréversibilité que l'on a négligé dans ce modèle, notamment lors des phases de compression et de détente qui ne sont pas véritablement réversibles.

8. On calcule le travail fourni sur un cycle :

$$\begin{aligned} W_{\text{fourni}} = -W_{\text{cycle}} = \eta_D Q_{BC} = \eta_D C_P (T_C - T_B) \\ = \eta_D \frac{\gamma n R T_{\text{atm}}}{\gamma - 1}\left(x^\gamma y^{-1} - x^\gamma x^{-1}\right) \\ = \eta_D \frac{\gamma n R T_{\text{atm}}}{\gamma - 1} x^\gamma \left(y^{-1} - x^{-1}\right) \end{aligned}$$

Enfin en écrivant la loi des gaz parfaits dans l'état A on trouve : $nRT_{\text{atm}} = P_{\text{atm}} V_{\text{max}}$, ce qui permet de conclure :

$$\boxed{W_{\text{fourni}} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \eta_D x^\gamma (y^{-1} - x^{-1}) P_{\text{atm}} V_{\text{max}} = 55,3\,\text{kJ}}$$

9. Il y a une fréquence de 2000 cycles par minute donc la durée d'un cycle vaut : $\Delta t_{\text{cycle}} = 30\,\text{ms}$. On obtient alors la puissance moyenne du moteur : $\boxed{\mathscr{P} = \frac{-W_{\text{cycle}}}{\Delta t_{\text{cycle}}} = 1,84\,\text{MW}}$.

On calcule la durée correspondant à un trajet de 100 km : $\Delta t_{100} = \frac{L}{v} = 2,57 \cdot 10^3\text{s}$, puis le transfert thermique libéré par la combustion sur cette distance :

$$Q_{BC} = -\frac{W_{\text{cycle}}}{\eta_D} = -\frac{\mathscr{P}\Delta t_{100}}{\eta_D} = 1,05 \cdot 10^{10}\,\text{J}$$

On détermine la masse de gasoil consommée, en raisonnant par analyse dimensionnelle :

$$m_{\text{gas}} = \frac{Q_{BC}}{\Delta_{\text{comb}} h} = 225\,\text{kg}$$

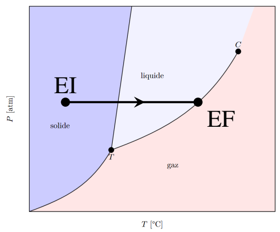
On calcule enfin la consommation volumique de la locomotive :

$$\boxed{C_{\text{gas}} = \frac{m_{\text{gas}}}{\rho_{\text{gas}}} = 268\,\text{L}/100\,\text{km}}$$

Exercice 3 : Usinage d'une pièce de métal

1. La masse m_0 est contenue dans un cylindre de volume $V = e \times \pi \left(\frac{\phi}{2}\right)^2$ donc : $\boxed{m_0 = \frac{1}{4} e \rho_s \pi \phi^2 = 6,8 \cdot 10^{-7}\,\text{kg}}$.

2. La transformation est isobare (Pression P_0 constante) donc le chemin suivi est horizontal et passe par les domaines solide puis liquide. L'état final se situe sur la frontière liquide/gaz car la dernière goutte d'aluminium liquide vient juste de se vaporiser (vapeur saturante).



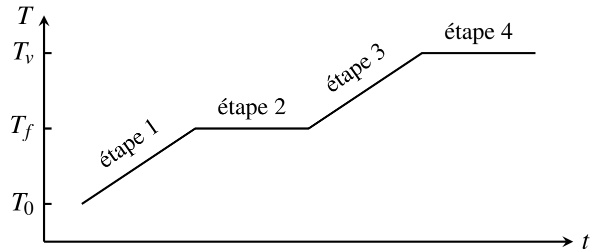
3. La transformation s'effectue en quatre étapes :

- étape 1 : échauffement isobare du solide de T_0 à T_f : $\Delta H_1 = m_0 c_{ps}(T_f - T_0)$;
- étape 2 : liquéfaction isobare/isotherme à T_f et P_0 : $\Delta H_2 = m_0 \ell_f$;
- étape 3 : échauffement isobare du liquide de T_f à T_v : $\Delta H_3 = m_0 c_{p\ell}(T_v - T_f)$;
- étape 4 : vaporisation isobare/isotherme à T_v et P_0 : $\Delta H_4 = m_0 \ell_v$.

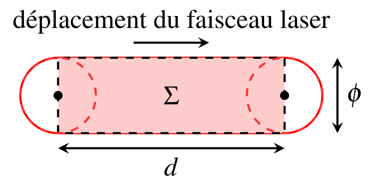
On conclut : $\boxed{\Delta H = m_0 \left[c_{ps}(T_f - T_0) + \ell_f + c_{p\ell}(T_v - T_f) + \ell_v\right] = 9,1\,\text{J}}$.

4. On applique le premier principe à (S) au cours de la transformation globale : $\Delta H = Q$ (pas de travail électrique), avec $Q = (1 - R)\mathscr{P}\Delta t$ qui désigne le transfert thermique reçu du laser par (S) pendant la durée Δt de l'opération (la puissance "effective" absorbée par l'aluminium est $(1 - R)\mathscr{P}$). À partir du résultat de la question précédente on conclut que : $\boxed{\Delta t = \frac{\Delta H}{(1-R)\mathscr{P}} = 47\,\text{ms}}$.

5. D'un point de vue qualitatif, on peut dire que la température du métal augmente lors des phases d'échauffement (étapes 1 et 3). En revanche les changements d'états sont isobares et isothermes donc **la température reste constante pendant les étapes 2 et 4**. On propose alors l'allure suivante :



6. Pendant un intervalle de temps Δt le centre du faisceau laser se déplace sur une distance $d = V\Delta t$ et balaye donc une surface d'aluminium $\Sigma = \phi d = \phi V \Delta t$ (voir figure ci-dessous).



Le volume d'aluminium qui doit se vaporiser est $V = \Sigma e = e\phi V \Delta t$, ce qui correspond à une masse $m = \rho V = \rho e \phi V \Delta t$. Pour vaporiser entièrement cette masse d'aluminium il faut que la durée Δt soit au moins égale à celle calculée à la question 4 :

$$\Delta t \geq \frac{\Delta H}{(1-R)\mathscr{P}} = \frac{m}{(1-R)\mathscr{P}}\left[c_{ps}(T_f - T_0) + \ell_f + c_{p\ell}(T_v - T_f) + \ell_v\right]$$

Après avoir remplacé m par son expression on obtient l'inégalité vérifiée par la vitesse V :

$$\boxed{V < V_M = \frac{(1-R)\mathscr{P}}{\rho e \phi \left[c_{ps}(T_f - T_0) + \ell_f + c_{p\ell}(T_v - T_f) + \ell_v\right]} = 13,5\,\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}}$$