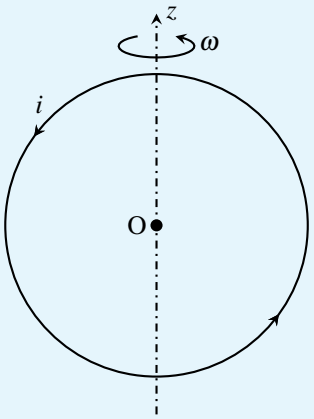
Chapitre 28 : Lois de l'induction

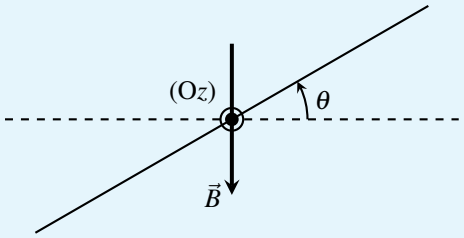
Fiche méthode

1 Lois de Lenz et de Faraday

Situation : Une spire circulaire de centre O, rayon a et résistance électrique R tourne à vitesse angulaire constante autour de son axe de symétrie vertical (Oz). Elle est plongée dans un champ magnétique extérieur $\vec{B}$ horizontal, stationnaire et uniforme. On note $\theta = \omega t$ la position angulaire de la spire ($\omega > 0$), dont l'origine est choisie lorsque le champ $\vec{B}$ est orthogonal au plan de la spire.



Vue de profil



Vue de dessus

1. Justifier d'abord qualitativement qu'il apparaît un courant induit dans la spire. À l'aide de la loi de Lenz déterminer son sens suivant la valeur de θ.

2. Calculer la force électromotrice $e(t)$ qui apparaît dans la spire sous l'effet du champ magnétique extérieur.

3. En supposant que l'on peut négliger le champ magnétique produit par la spire elle-même devant le champ extérieur, calculer l'intensité $i(t)$ qui circule dans la spire.

4. Calculer la puissance électrique moyenne reçue par la spire.

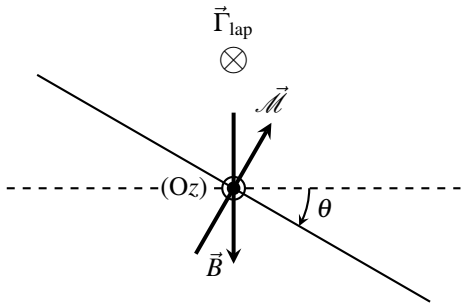
► Mettre en œuvre la loi de Lenz

Rappels de cours : un circuit est le siège d'un phénomène d'induction si le flux magnétique à travers le circuit **varie au cours du temps**.

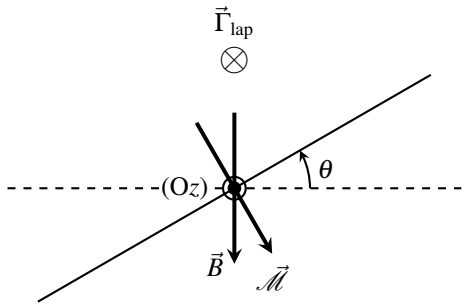
La loi de Lenz énonce que **les effets de l'induction (qu'ils soient magnétiques, électriques ou mécaniques) s'opposent aux causes qui leur ont donné naissance**.

1. Dans cette situation on a affaire à un **circuit mobile plongé dans un champ magnétique stationnaire**, il peut y avoir de l'induction (on parle dans ce cas d'induction de Lorentz). En particulier on constate que la rotation de la spire fait varier le flux du champ magnétique extérieur, il y a donc une force électromotrice d'induction qui apparaît dans le circuit d'après la loi de Faraday.

L'apparition d'un courant induit dans la spire fait que celle-ci acquiert un moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$. Elle est alors soumise à un couple de Laplace de la part du champ extérieur. D'après la loi de Lenz ce couple doit avoir un effet **résistant** sur la rotation de la spire. On en déduit qu'à tout instant $\vec{\Gamma}_{\text{lap}} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}$ doit être dirigé selon $-\vec{u}_z$. On représente deux cas de figure différents suivant que $-\pi < \theta < 0$ ou bien $0 < \theta < \pi$.



$-\pi < \theta < 0$



$0 < \theta < \pi$

On conclut quant au signe de l'intensité i en utilisant la règle de la main droite :

$$\boxed{\begin{cases} i < 0 & -\pi < \theta < 0 \\ i > 0 & 0 < \theta < \pi \end{cases}}$$

► Mettre en œuvre la loi de Faraday

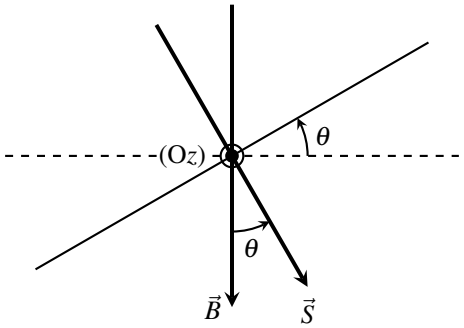
Rappels de cours : si le flux magnétique ϕ à travers un circuit fermé **orienté** plan varie au cours du temps alors il apparaît dans ce circuit une force électromotrice d'induction :

$$e = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}$$

Celle-ci est orientée **dans le sens du circuit**.

Remarque : comme généralement on oriente également l'intensité dans le sens du circuit cela revient à dire que la force électromotrice d'induction est le plus souvent représentée en convention **générateur** sur un schéma électrique équivalent.

2. On choisit d'orienter le circuit dans le même sens que i pour le calcul du flux. On représente ci-dessous le vecteur surface $\vec{S}$ du circuit, orienté avec la règle de la main droite.



Le flux magnétique vaut $\phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = \pi a^2 B\cos\theta = \pi a^2 B\cos(\omega t)$, avec $B = \left\|\vec{B}\right\|$. On calcule la force électromotrice d'induction grâce à la loi de Faraday :

$$e(t) = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} \iff \boxed{e(t) = \pi a^2 B\omega\sin(\omega t)}$$

► Réaliser un schéma électrique équivalent

La force électromotrice est orientée en convention générateur dans le circuit. Le schéma électrique équivalent est représenté ci-dessous, il est simplement constitué de la f.e.m. en série avec la résistance R.

On détermine l'intensité grâce à la loi d'Ohm :

$$\boxed{i(t) = \frac{e(t)}{R} = \frac{\pi a^2 B\omega}{R}\sin(\omega t)}$$

Notons au passage que $i = \frac{\pi a^2 B\omega}{R}\sin(\theta)$; on retrouve les signes anticipés à la question 1 avec la loi de Lenz.

► Calculer une puissance moyenne

La puissance électrique instantanée reçue par la spire vaut $\mathscr{P}(t) = e(t)i(t) = \frac{\pi^2 a^4 B^2 \omega^2}{R}\sin^2(\omega t)$. La puissance moyenne est donc :

$$\boxed{\langle \mathscr{P} \rangle = \frac{\pi^2 a^4 B^2 \omega^2}{2R}}$$

Application : On considère deux spires planes coaxiales. La première, appelée spire primaire, est alimentée par un générateur de tension continue et parcourue par un courant $i_1(t)$. La seconde, appelée spire secondaire, de résistance R, n'est pas alimentée. On note $i_2(t)$ l'éventuel courant induit qui circule dans cette dernière. Les orientations des courants sont indiquées sur la figure ci-dessous.

On allume le générateur, ce qui fait rapidement passer l'intensité i_1 d'une valeur nulle à une valeur positive constante.

1. Expliquer ce qui se passe dans la spire secondaire. On justifiera notamment le sens des phénomènes observés en s'appuyant sur la loi de Lenz.

On suppose maintenant que :

- l'intensité dans la spire primaire varie de la manière suivante : $i_1(t) = I_0 \mathrm{e}^{-t/\tau}$ avec $I_0 > 0$ et $\tau > 0$,
- le flux magnétique du champ $\vec{B}_1$ créé par la spire primaire à travers la spire secondaire s'écrit sous la forme : $\phi_{12} = Mi_1$ où M est un paramètre constant.

2. En supposant que l'on peut négliger le champ magnétique produit par la spire secondaire, calculer $i_2(t)$ puis déterminer l'énergie totale transférée de la spire primaire à la spire secondaire, entre $t = 0$ et $t = +\infty$, en fonction de I_0, τ, M et R. Justifier que dans ce modèle on ne peut pas concevoir de discontinuité de l'intensité $i_1(t)$.

SOLUTIONS

Application

1. $i_2 < 0$.

2. $i_2(t) = \dfrac{MI_0}{R\tau}\mathrm{e}^{-t/\tau}$; $\mathscr{E} = \dfrac{M^2 I_0^2}{2R\tau}$.