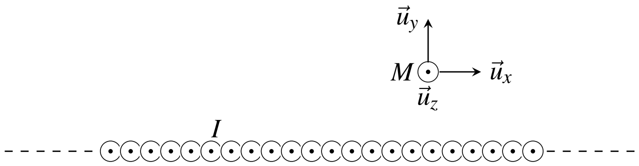
Corrigé DM28

Exercice 1 : Champ produit par une distribution de courants

1. On choisit le système de coordonnées **cartésiennes** (voir schéma ci-dessous).

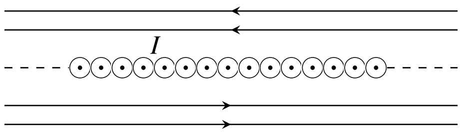


Invariances : Il y a invariance par translation selon x et z donc le champ magnétique dépend uniquement de la coordonnée y.

Symétries : Le plan $(M, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ est Π^+ pour les courants donc le champ magnétique est orienté par $\vec{u}_x$.

On conclut que le champ créé par ces fils s'exprime sous la forme $\boxed{\vec{B}(M) = B_x(y)\vec{u}_x}$.

2. Les lignes de champs sont **des doites parallèles à** (Ox). On peut conclure que **le champ magnétique est uniforme de chaque côté du plan formé par les fils**. L'orientation des lignes de champ s'obtient en utilisant la règle de la main droite (voir ci-dessous).



Exercice 2 : Équilibre d'une aiguille aimantée dans un champ extérieur

1. On exprime le champ magnétique produit en O par la bobine : $\vec{B}(O) = \mu_0 \frac{N}{L} I \vec{u}_z$.
On détermine le couple de Laplace qui s'exerce sur l'aiguille aimentée :

$$\vec{\Gamma}_{\text{lap}} = \vec{\mathscr{M}} \wedge \vec{B}(O) = \mathscr{M}\left(\cos\theta\vec{u}_y + \sin\theta\vec{u}_z\right) \wedge \mu_0 \frac{N}{L} I \vec{u}_z = \mu_0 \frac{N}{L} I \mathscr{M} \cos\theta \vec{u}_x$$

On projette sur $\vec{u}_\Delta = \vec{u}_x$: $\Gamma_{\text{lap}} = \mu_0 \frac{N}{L} I \mathscr{M} \cos\theta$.
On applique le théorème du moment cinétique à l'aiguille aimantée, par rapport à (Δ). L'aiguille est soumise au couple de Laplace et au couple de rappel. À l'équilibre :

$$\Gamma + \Gamma_{\text{lap}} = 0 \iff -C\theta_{\text{eq}} + \mu_0 \frac{N}{L} I \mathscr{M} \cos\theta_{\text{eq}} = 0 \iff \boxed{\cos\theta_{\text{eq}} = \frac{CL}{\mu_0 N I \mathscr{M}} \theta_{\text{eq}}}$$

On trouve par identification : $\boxed{\beta = \dfrac{CL}{\mu_0 N I \mathscr{M}}}$.

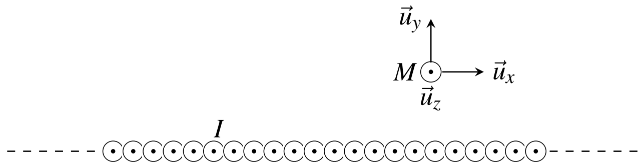
2. L'intensité I vérifie :

$$-1 = \frac{CL}{\mu_0 N I \mathscr{M}} \pi \iff \boxed{I = -\frac{\pi CL}{\mu_0 N \mathscr{M}} = -0{,}32\,\text{A}}$$

Corrigé DM28

Exercice 1 : Champ produit par une distribution de courants

1. On choisit le système de coordonnées **cartésiennes** (voir schéma ci-dessous).

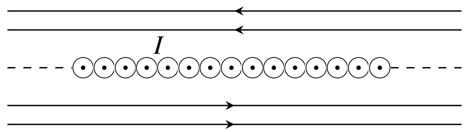


Invariances : Il y a invariance par translation selon x et z donc le champ magnétique dépend uniquement de la coordonnée y.

Symétries : Le plan $(M, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ est Π^+ pour les courants donc le champ magnétique est orienté par $\vec{u}_x$.

On conclut que le champ créé par ces fils s'exprime sous la forme $\boxed{\vec{B}(M) = B_x(y)\vec{u}_x}$.

2. Les lignes de champs sont **des doites parallèles à** (Ox). On peut conclure que **le champ magnétique est uniforme de chaque côté du plan formé par les fils**. L'orientation des lignes de champ s'obtient en utilisant la règle de la main droite (voir ci-dessous).



Exercice 2 : Équilibre d'une aiguille aimantée dans un champ extérieur

1. On exprime le champ magnétique produit en O par la bobine : $\vec{B}(O) = \mu_0 \frac{N}{L} I \vec{u}_z$.
On détermine le couple de Laplace qui s'exerce sur l'aiguille aimentée :

$$\vec{\Gamma}_{\text{lap}} = \vec{\mathscr{M}} \wedge \vec{B}(O) = \mathscr{M}\left(\cos\theta\vec{u}_y + \sin\theta\vec{u}_z\right) \wedge \mu_0 \frac{N}{L} I \vec{u}_z = \mu_0 \frac{N}{L} I \mathscr{M} \cos\theta \vec{u}_x$$

On projette sur $\vec{u}_\Delta = \vec{u}_x$: $\Gamma_{\text{lap}} = \mu_0 \frac{N}{L} I \mathscr{M} \cos\theta$.
On applique le théorème du moment cinétique à l'aiguille aimantée, par rapport à (Δ). L'aiguille est soumise au couple de Laplace et au couple de rappel. À l'équilibre :

$$\Gamma + \Gamma_{\text{lap}} = 0 \iff -C\theta_{\text{eq}} + \mu_0 \frac{N}{L} I \mathscr{M} \cos\theta_{\text{eq}} = 0 \iff \boxed{\cos\theta_{\text{eq}} = \frac{CL}{\mu_0 N I \mathscr{M}} \theta_{\text{eq}}}$$

On trouve par identification : $\boxed{\beta = \dfrac{CL}{\mu_0 N I \mathscr{M}}}$.

2. L'intensité I vérifie :

$$-1 = \frac{CL}{\mu_0 N I \mathscr{M}} \pi \iff \boxed{I = -\frac{\pi CL}{\mu_0 N \mathscr{M}} = -0{,}32\,\text{A}}$$