DS de physique n°9

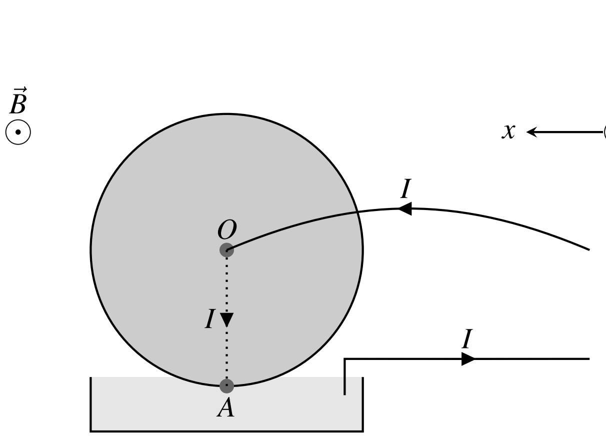
Durée : 3h

*L'usage de la calculatrice est autorisé. La copie doit être propre, lisible, sans faute d'orthographe. Les pages doivent être numérotées et **les résultats soulignés ou encadrés**. Un résultat donné sans justification, à moins que l'énoncé le précise, est considéré comme faux. Les valeurs numériques doivent être accompagnées de leur unité. Le devoir comporte trois exercices indépendants.*

Exercice 1 : Roue de Barlow

La roue de Barlow est en quelque sorte le premier moteur électrique (tel qu'on les connaît actuellement) de l'histoire même si la puissance délivrée n'est pas suffisante pour être utilisée en pratique. La première réalisation fut mise en œuvre par le physicien anglais Peter Barlow en 1822. Le dispositif est représenté sur la figure ci-dessous. Une roue en cuivre de rayon R est capable de tourner autour de l'axe (Oz) passant par son centre, et trempe dans une solution conductrice (historiquement du mercure liquide mais remplacé par une solution ionique actuellement). L'ensemble est plongé dans un champ magnétique stationnaire et uniforme $\vec{B} = -B\vec{u}_z$. Le disque est alimenté par un courant I qui entre par le point O et qui ressort par la solution conductrice. Pour simplifier on supposera qu'à tout instant le seul courant qui circule dans la roue est radial, de O vers A, comme si ces deux points étaient connectés par un fil conducteur.

Initialement la roue est au repos et on impose le courant à partir de l'instant $t = 0$.



1. Exprimer la force de Laplace résultante qui s'exerce sur le disque. Reproduire le schéma et représenter cette force. Dans quel sens la disque va-t-il tourner ?

2. Déterminer le moment par rapport à l'axe (Oz) des actions de Laplace qui s'exercent sur le disque.

3. Le disque est soumis, en plus des actions de Laplace, à un frottement fluide qui prend la forme d'un couple résistant $\Gamma = -\alpha\omega$, avec ω la vitesse angulaire de rotation du disque. Établir l'équation différentielle vérifiée par $\omega(t)$. On notera J le moment d'inertie du disque par rapport à l'axe (Oz).

4. Déterminer $\omega(t)$ et tracer son graphe. Exprimer la vitesse angulaire de rotation limite.

5. *Application numérique* : $J = 2 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{kg \cdot m^2}$, $\alpha = 1{,}0 \cdot 10^{-4}$ SI, $R = 15\,\mathrm{cm}$, $B = 1{,}4\,\mathrm{T}$. Calculer I pour que le disque tourne à 1500 tours/min en régime permanent. Calculer la durée de la phase d'accélération du disque.

Exercice 2 : Haut-parleur électrodynamique

Un haut-parleur est un dispositif qui convertit un signal électrique en onde acoustique. Dans cet exercice on s'intéresse à la modélisation électrique du haut-parleur. On admet que son comportement en régime sinusoïdal forcé peut être modélisé par le circuit ci-dessous.

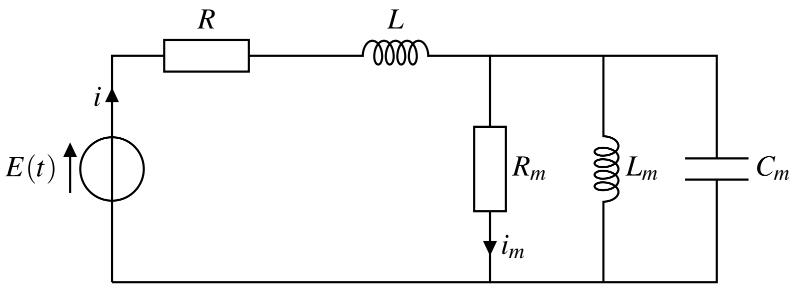


Schéma-modèle d'un haut-parleur électrodynamique en régime forcé

Le haut-parleur est alimenté par une tension $E(t) = E\cos(\omega t)$. On note respectivement $i(t) = I\cos(\omega t + \varphi_i)$ et $i_m(t) = I_m\cos(\omega t + \varphi_m)$ l'intensité dans la branche de la source de tension et dans celle de la résistance R_m. On admet que la puissance sonore $\mathscr{P}_{\text{son}}$ émise par le haut-parleur s'identifie à la puissance électrique consommée par la résistance R_m.

On note respectivement $\underline{I} = I\mathrm{e}^{j\varphi_i}$ et $\underline{I}_m = I_m\mathrm{e}^{j\varphi_m}$ l'amplitude complexe de l'intensité $i(t)$ et celle de $i_m(t)$.

On définit le rendement énergétique du haut-parleur comme le rapport de la puissance sonore moyenne et de la puissance moyenne fournie par la source de tension.

$$\eta = \frac{\langle \mathscr{P}_{\text{son}} \rangle}{\langle \mathscr{P}_{\text{source}} \rangle} = \frac{\langle R_m i_m^2 \rangle}{\langle E i \rangle}$$

On admet qu'il vérifie la relation ci-dessous :

$$\frac{1}{\eta} = 1 + \frac{R}{R_m} \cdot \left| \frac{\underline{I}}{\underline{I}_m} \right|^2$$

1. Déterminer l'admittance équivalente $\underline{Y}_m$ de l'association $\{R_m, L_m, C_m\}$.

2. Exprimer le rapport $\dfrac{\underline{I}}{\underline{I}_m}$ en fonction de R_m et $\underline{Y}_m$.

3. Montrer que le rendement énergétique est de la forme :

$$\eta = \frac{1}{1 + \dfrac{R}{R_m}\left[1 + Q^2\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)^2\right]}$$

On donnera les expressions de Q et ω_0 en fonction de R_m, L_m et C_m.

4. Pour quelle pulsation le rendement est-il maximal ? Quelle est la valeur du rendement maximal ? Tracer l'allure du graphe de la fonction $\omega \mapsto \eta(\omega)$.

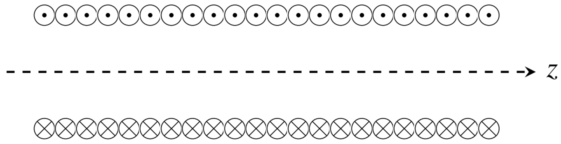
5. Pour un haut-parleur on souhaite que la résonance soit "plate", c'est-à-dire que la bande passante soit aussi large que possible. Expliquer comment choisir le facteur de qualité Q.

Dans la question suivante on se place à la pulsation pour laquelle le rendement est maximal.

6. Montrer que $i_m(t) = i(t)$, puis expliciter cette fonction du temps t.

Exercice 3 : Champ créé par un solénoïde infini

Une bobine, enroulée en forme de solénoïde de rayon $R = 3\,\mathrm{cm}$ et longueur $L = 80\,\mathrm{cm}$, est parcourue par un courant continu I.



1. Justifier que l'on peut adopter le modèle du solénoïde infini, c'est-à-dire que l'on peut négliger les effets de bord.

2. En utilisant les symétries et les invariances de la distribution des courants, déterminer les variables dont dépend le champ $\vec{B}$ ainsi que sa direction.

3. On admet que le champ est nul à l'extérieur du solénoïde. Tracer l'allure des lignes de champ à l'intérieur et commenter.

4. On mesure un champ magnétique $B = 8{,}4 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{T}$ lorsque la bobine est parcourue par un courant $I = 2{,}0\,\mathrm{A}$. Calculer le nombre de spires N de la bobine.

Le fil de la bobine peut être assimilé à un cylindre de rayon $r = 0{,}3\,\mathrm{mm}$. En pratique, pour éviter d'avoir une bobine de trop grande longueur, on enroule le fil en spires jointives (c'est-à-dire “collées” les unes aux autres), et on effectue un bobinage en plusieurs couches concentriques, séparées par une feuille cartonnée isolante. On donne la masse volumique du cuivre : $\rho = 8{,}96 \cdot 10^{3}\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

5. Déterminer le nombre de couches N_c de cette bobine. On détaillera le raisonnement.

6. Calculer la masse de cuivre nécessaire pour fabriquer cette bobine.

7. Calculer le moment magnétique de la bobine lorsque $I = 2{,}0\,\mathrm{A}$.

Donnée : Perméabilité magnétique du vide : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{H \cdot m^{-1}}$.