

## DM de physique n° 29 (autocorrection)

### Exercice : Transfert de puissance entre deux circuits

On modélise le transfert inductif de puissance entre deux bobines, comme celles représentées sur la figure 6.



**FIGURE 6** – À gauche : système de transmission classique (émetteur et récepteur) utilisé dans les chargeurs sans fil actuels. À droite : schéma et notations utilisées.

Une bobine émettrice « plate », de résistance électrique  $R_1$  et d'inductance propre  $L_1$ , comportant  $N_1$  spires circulaires de rayon  $a$ , est parcourue par un courant d'intensité  $i(t) = I_0 \cos(\omega t)$  imposé par un générateur (non représenté sur la figure 6).

1. Définir et exprimer la puissance instantanée reçue par la bobine émettrice de la part du générateur, notée  $P_{\text{reçue}}$ , en fonction de  $L_1$ ,  $R_1$ , de l'intensité  $i(t)$  et de sa dérivée  $di/dt$ . En déduire la moyenne temporelle de cette puissance  $\langle P_{\text{reçue}} \rangle$  en fonction de  $R_1$  et  $I_0$ .

Considérons également une bobine réceptrice « plate », de résistance électrique  $R_2$ , d'inductance propre  $L_2$  et comportant  $N_2$  spires circulaires de rayon  $b$ , située à une distance  $d$  de la bobine émettrice. On cherche à définir et exprimer le rendement de transfert de puissance entre les deux bobines, dans le cas d'un alignement parfait. On donne l'expression du champ magnétique créé par la bobine émettrice en un point  $M(z)$  de l'axe  $Oz$  :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N_1 i(t) a^2}{2(z^2 + a^2)^{3/2}} \vec{u}_z.$$

Pour simplifier, on suppose ce champ magnétique uniforme dans le plan de la bobine réceptrice.

2. Exprimer le flux  $\Phi$  du champ magnétique créé par la bobine émettrice à travers la bobine réceptrice, en fonction de  $i(t)$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $d$ ,  $N_1$  et  $N_2$ .

3. Le courant  $i(t)$  étant variable, il apparaît une force électromotrice (fem)  $e(t)$  aux bornes de la bobine réceptrice. Quel phénomène est ainsi mis en évidence ?

4. Après avoir nommé la loi utilisée, exprimer la fem  $e(t)$  en fonction de  $I_0$ ,  $\omega$ ,  $t$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $d$ ,  $N_1$  et  $N_2$ . On négligera le flux magnétique propre du circuit récepteur devant le flux extérieur.

5. En négligeant l'inductance propre  $L_2$  de la bobine réceptrice, en déduire la puissance reçue par cette dernière de la part de la bobine émettrice, notée  $P_{\text{géné}}$ , puis sa moyenne temporelle  $\langle P_{\text{géné}} \rangle$  en fonction de  $I_0$ ,  $\omega$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $d$ ,  $N_1$ ,  $N_2$  et  $R_2$ .

On définit le rendement de transmission de puissance par le quotient  $\eta = \frac{\langle P_{\text{géné}} \rangle}{\langle P_{\text{reçue}} \rangle}$ .

6. Montrer que le rendement peut se mettre sous la forme :

$$\eta = k \frac{\mu_0^2 N_1^2 N_2^2 a^4 b^4 \omega^2}{R_1 R_2 (d^2 + a^2)^3}$$

avec  $k$  un coefficient sans dimension à expliciter. Ce résultat constitue la loi de Yates.