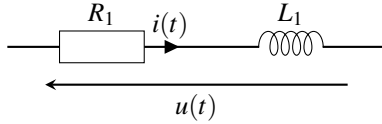


## Corrigé DM29

### Exercice : Force de pression sur un barrage

1. On représente ci-dessous le schéma électrique équivalent de la bobine émettrice :



La puissance reçue par la bobine vaut  $P_{\text{reçue}} = u(t)i(t) = R_1 i^2(t) + L_1 i(t) \frac{di}{dt}$ .

On exprime cette puissance en fonction du temps :

$$\begin{aligned} P_{\text{reçue}} &= R_1 I_0^2 \cos^2(\omega t) - L_1 \omega I_0^2 \cos(\omega t) \sin(\omega t) \\ &= R_1 I_0^2 \cos^2(\omega t) - \frac{1}{2} L_1 \omega I_0^2 \sin(2\omega t) \end{aligned}$$

Le deuxième terme a une valeur moyenne temporelle nulle. La puissance moyenne reçue s'exprime sous la forme :

$$\langle P_{\text{reçue}} \rangle = \frac{1}{2} R_1 I_0^2$$

2. On suppose le vecteur surface des  $N_2$  spires de la bobine réceptrice orienté selon  $+\vec{u}_z$ . Le champ magnétique est uniforme, orthogonal au plan des spires, donc :

$$\Phi = N_2 \times (\pi b^2) \times B(z=d) = \pi \frac{\mu_0 N_1 N_2 i(t) a^2 b^2}{2(d^2 + a^2)^{3/2}}$$

3. Il apparaît dans la bobine réceptrice un phénomène d'**induction de Neumann** (circuit fixe plongé dans un champ magnétique variable).

4. On détermine la fem d'induction grâce à la loi de Faraday :  $e(t) = -\frac{d\phi}{dt}$  où  $\phi$  est le flux total de champ magnétique à travers la bobine réceptrice. En considérant que l'on peut négliger le flux propre, on a  $\phi = \Phi$ , ce qui donne :

$$e(t) = \pi \frac{\mu_0 N_1 N_2 a^2 b^2 \omega}{2(d^2 + a^2)^{3/2}} I_0 \sin(\omega t)$$

5. Si l'on néglige  $L_2$  alors la bobine réceptrice est purement résistive et la puissance qu'elle reçoit vaut

$$P_{\text{généré}} = \frac{e^2(t)}{R_2} = \pi^2 \frac{\mu_0^2 N_1^2 N_2^2 a^4 b^4 \omega^2}{4R_2 (d^2 + a^2)^3} I_0^2 \sin^2(\omega t)$$

La moyenne temporelle de cette puissance vaut

$$\langle P_{\text{généré}} \rangle = \pi^2 \frac{\mu_0^2 N_1^2 N_2^2 a^4 b^4 \omega^2}{8R_2 (d^2 + a^2)^3} I_0^2$$

6. En remplaçant  $\langle P_{\text{reçue}} \rangle$  et  $\langle P_{\text{généré}} \rangle$  par leur expression, on montre que rendement s'exprime sous la forme

$$\langle P_{\text{généré}} \rangle = \pi^2 \frac{\mu_0^2 N_1^2 N_2^2 a^4 b^4 \omega^2}{4R_1 R_2 (d^2 + a^2)^3}$$

Par identification :  $k = \frac{\pi^2}{4}$ .