

CHAPITRE 25

Machines thermiques

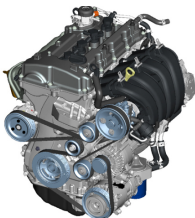
Les systèmes thermodynamiques ont de nombreuses applications pratiques, qu'elles soient industrielles ou bien dans les objets de notre quotidien. Dans ce chapitre on s'intéresse aux *machines dithermes* et on montre comment, d'un point de vue théorique et pratique, elles peuvent réaliser les trois opérations suivantes : *produire du travail*, *produire du "froid"*, *produire du "chaud"*.

1 Introduction aux machines thermiques

1.1 Définitions

Machine thermique

Une machine thermique est un dispositif qui fait subir à un fluide, appelé *agent thermique*, des **cycles** de transformations répétés dans le but de générer des transferts d'énergie, sous forme de travail ou de transfert thermique.



Un moteur à essence (à gauche), un réfrigérateur (au centre) et une chaudière de type "pompe à chaleur" (à droite) sont différents exemples de machines thermiques

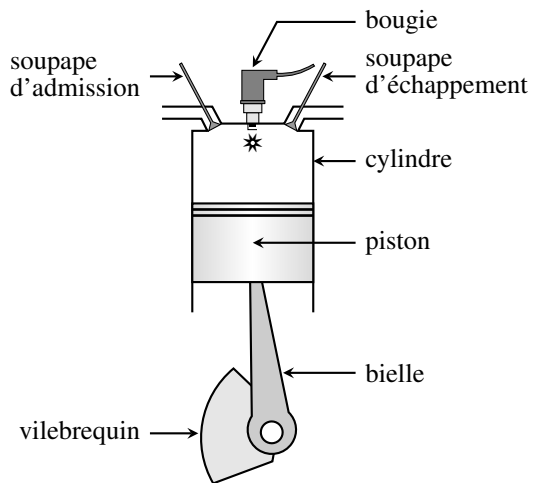
On range les machines thermiques en trois grandes catégories, selon la fonction qu'elles remplissent :

- Un **moteur thermique** est destiné à produire un travail mécanique (moteur à essence, turboréacteur, turbopropulseur). En couplant un moteur thermique à un alternateur on peut également produire un travail électrique (centrale thermique, groupe électrogène).
- Une **machine frigorifique** permet d'amener ou maintenir un système à basse température (réfrigérateur, climatiseur).
- Une **pompe à chaleur** (ou PAC) sert à amener ou maintenir un système à haute température. La pompe à chaleur est avantageuse, en termes de consommation, comparée à une chaudière électrique.

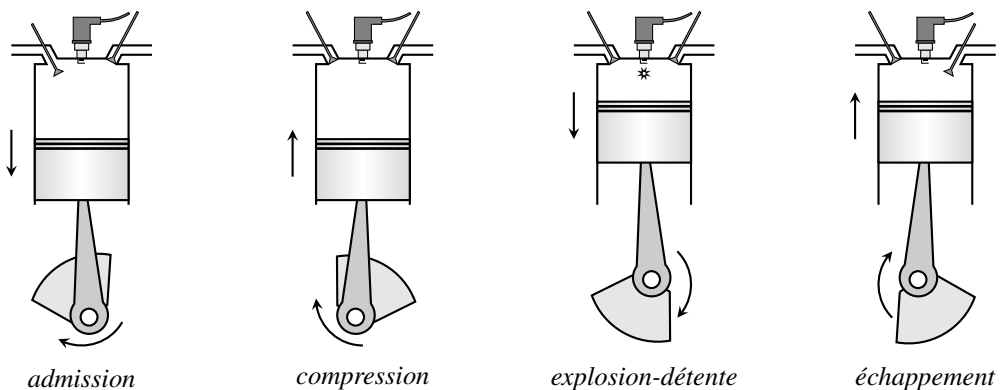
1.2 Exemple de moteur thermique : le moteur à quatre temps

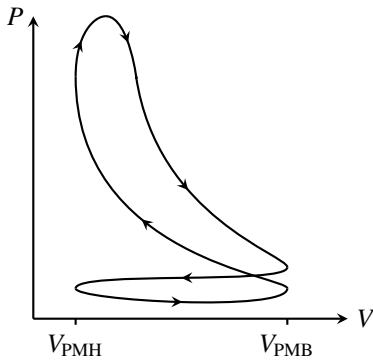
Ce type de moteur à explosion est le plus utilisé dans les voitures thermiques modernes. Il exploite l'énergie thermique produite par la combustion d'un carburant pour entretenir le mouvement d'oscillations de plusieurs pistons, ces derniers entraînant la rotation des roues grâce à divers systèmes mécaniques (bielle, arbre de transmission, différentiel, etc).

On étudie les transformations qui s'opèrent dans l'un des cylindres (voir figure ci-contre). L'agent thermique est un mélange d'air et de carburant qui entre par la soupape d'admission et ressort par la soupape d'échappement. Le volume du cylindre varie en fonction du déplacement du piston. L'état de volume minimal est appelé *point mort haut* (PMH) et l'état de volume maximal *point mort bas* (PMB). Le cycle de transformation est constitué de quatre étapes successives :

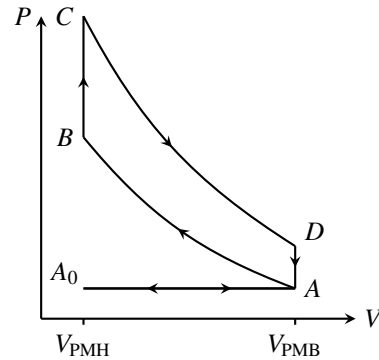


- *Admission* : La soupape d'admission s'ouvre et le mélange gazeux entre dans le cylindre. Pendant cette phase le piston se déplace du PMH vers le PMB (volume augmente).
- *Compression* : Les soupapes sont fermées. Le piston remonte du PMB vers le PMH et comprime le mélange.
- *Explosion-détente* : La bougie crée une étincelle qui enflamme le carburant. La température et la pression augmentent brutalement puis le piston est repoussé vers le PMB.
- *Échappement* : La soupape d'échappement s'ouvre et le mélange gazeux quitte le cylindre. Pendant cette phase le piston se déplace du PMB vers le PMH (volume diminue).





cycle réel



cycle simplifié

Le cycle suivi par le mélange gazeux est représenté sur le diagramme de Watt ci-dessus, à gauche. Le sens de parcours nous indique qu'il s'agit effectivement d'un cycle moteur. Le modèle simplifié de *Beau de Rochas* (à droite) permet d'étudier mathématiquement les propriétés d'un tel moteur en effectuant quelques approximations. On le décrit dans le tableau ci-dessous. On note que la phase d'échappement est séparée en deux transformations distinctes : à la fin de la détente l'ouverture de la soupape d'échappement fait brutalement chuter la pression dans le cylindre (étape $D \rightarrow A$ isochore) puis le piston remonte vers le PMH en chassant le mélange gazeux (étape $A \rightarrow A_0$ isobare).

Transfo	$A_0 \rightarrow A$	$A \rightarrow B$	$B \rightarrow C$	$C \rightarrow D$	$D \rightarrow A \rightarrow A_0$
Étape	Admission	Compression	Explosion	Détente	Échappement
Modèle	Isobare	Adiabatique réversible	Isochore	Adiabatique réversible	Isochore ($D \rightarrow A$) Isobare ($A \rightarrow I$)

Cycle simplifié de Beau de Rochas

Le travail $|W_{\text{cycle}}|$ fourni au piston sur un cycle est représenté par l'aire du cycle $ABCD A$. Ce travail dépend essentiellement de deux paramètres :

- le volume balayé par le piston, appelé *cylindrée* et égal à $V_{\text{PMB}} - V_{\text{PMH}}$;
- l'élévation de pression causée par l'explosion du mélange.

À consommation de carburant égale, le moteur est d'autant plus performant que le travail fourni sur un cycle est élevé. Nous verrons plus loin que les principes de la thermodynamique donnent des indications sur la manière d'améliorer la performance d'un moteur.

La puissance développée par un moteur est proportionnelle à la fréquence des cycles (c'est-à-dire le nombre de cycles effectués par seconde) : $\mathcal{P} = f_{\text{cycle}} |W_{\text{cycle}}|$. Le moteur à quatre temps a la particularité d'effectuer deux rotations au cours de chaque cycle (le piston effectue deux oscillations verticales), ce qui signifie que le régime moteur Ω (en tours par seconde) vaut $\Omega = 2f_{\text{cycle}}$.

1.3 Exemple de récepteur thermique : la machine à compresseur

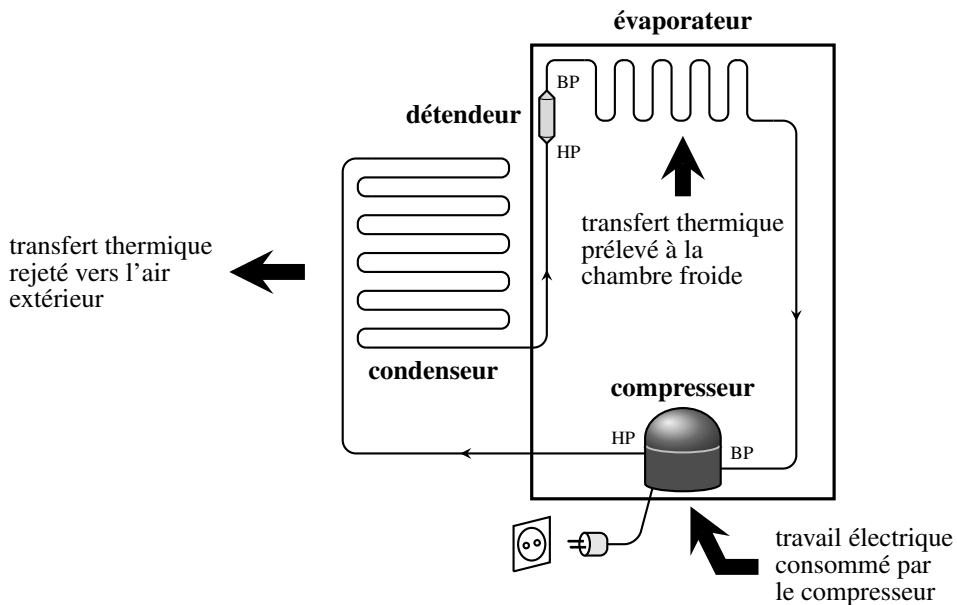


Schéma de principe d'un réfrigérateur

Lorsque deux corps de températures différentes sont en contact thermique il apparaît un transfert thermique spontané entre les deux qui tend à rendre leur température égales. Ainsi, un réfrigérateur débranché verra sa température interne s'approcher de la température extérieure (même chose pour une maison en hiver dont on coupe le chauffage).

Principe d'un récepteur thermique

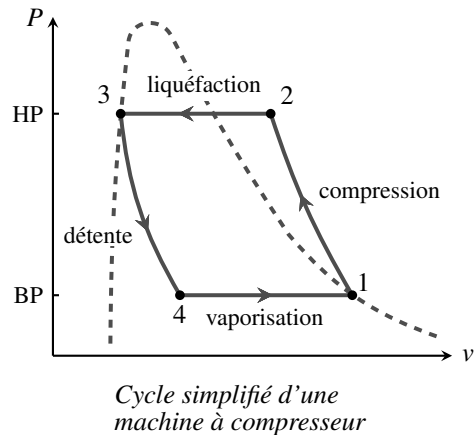
Une machine frigorifique ou une pompe à chaleur fonctionnent sur le même principe : créer et maintenir un écart de température entre deux corps en contact thermique, en imposant un transfert thermique dans un sens *anti-spontané*, c'est-à-dire dirigé du corps le plus froid (la *source froide*) vers le corps le plus chaud (la *source chaude*). On maintient un écart de température constant à condition que le transfert anti-spontané compense exactement le transfert spontané.

Ce type de machine utilise un agent thermique qui s'écoule en régime permanent dans un circuit en subissant un cycle de quatre transformations successives : une compression, une liquéfaction, une détente et une vaporisation.

- La vaporisation a lieu dans un échangeur thermique appelé **évaporateur**, au contact de la source froide. Pour que le transfert thermique aille effectivement de la source froide vers l'agent thermique, il faut que le changement d'état s'effectue à une température plus basse que celle de la source froide, c'est le rôle du **détendeur**.

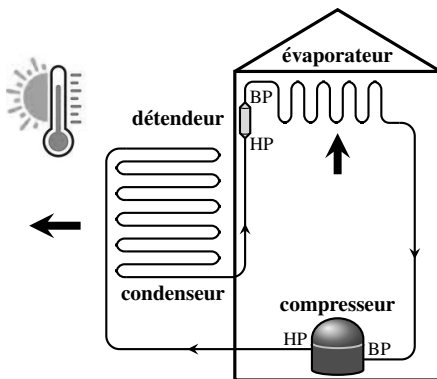
- La liquéfaction a lieu dans un échangeur thermique appelé **condenseur**, au contact de la source chaude. Pour que le transfert thermique aille effectivement de l'agent thermique vers la source chaude il faut que le changement d'état s'effectue à une température plus élevée que celle de la source chaude, c'est le rôle du **compresseur**.

On représente sur le diagramme de Clapeyron ci-contre l'allure simplifiée du cycle suivi par l'agent thermique. Pour que celui-ci puisse à la fois se liquéfier à haute température et se vaporiser à basse température, **on joue sur la pression** (on rappelle que la température d'équilibre liquide-vapeur d'un corps pur dépend de la pression). Le compresseur permet d'amener l'agent thermique à haute pression (HP ~ 10 bar) tandis que le détendeur le ramène à basse pression (BP ~ 1 bar). L'agent thermique est choisi de telle sorte que sa température de changement d'état liquide-vapeur soit de l'ordre de 50°C à HP et -30°C à BP.

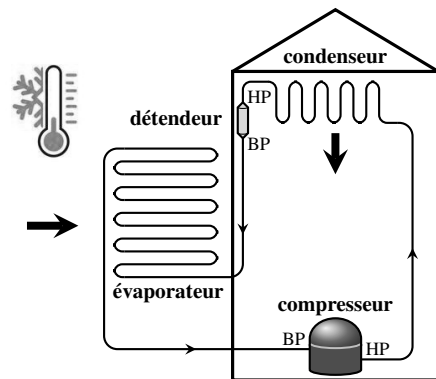


Comme son nom l'indique un récepteur thermique fonctionne en consommant du travail. Il s'agit généralement d'un travail électrique (machine branchée sur le secteur) qui permet de faire fonctionner le compresseur.

Les machines frigorifiques et les PAC ont la même architecture ; on les distingue en fonction de leur finalité. On parle de machine frigorifique si l'objectif consiste à maintenir la source froide à basse température et de PAC si l'on souhaite maintenir la source chaude à haute température. Une même machine peut fonctionner réversiblement en tant que machine frigorifique ou bien PAC en fonction de la situation. C'est par exemple le cas d'une installation qui, pour une habitation, sert de climatiseur en été et de chaudière en hiver (voir figure ci-dessous, le passage d'un mode à l'autre s'effectue en renversant le sens de circulation de l'agent thermique, ce qui a pour effet d'invertir le rôle des deux échangeurs thermiques).



Fonctionnement de type "climatiseur" en été



Fonctionnement de type "chaudière" en hiver

1.4 Performance d'une machine thermique

Toute machine thermique exploite une **ressource énergétique** (carburant, électricité du secteur) et s'en sert pour réaliser un transfert qui remplit une certaine fonction. On mesure la performance d'une machine thermique en comparant le transfert "utile" à la quantité d'énergie consommée pour le réaliser.

Performance d'une machine thermique

La performance d'une machine thermique est mesurée avec un nombre sans dimension défini sous la forme :

$$\text{performance} = \frac{\text{transfert utile}}{\text{transfert coûteux}}$$

Le tableau ci-dessous décrit, pour les trois types de machines thermiques, la ressource exploitée et le transfert énergétique recherché.

	Transfert coûteux (ressource)	Transfert utile
Moteur thermique	Énergie chimique contenue dans le carburant, libérée sous forme de transfert thermique lors de la combustion	Travail fourni au cours d'un cycle, sous forme mécanique ou électrique
Machine frigorifique	Travail électrique fourni par le secteur	Transfert thermique prélevé à la source froide
PAC	Travail électrique fourni par le secteur	Transfert thermique fourni à la source chaude

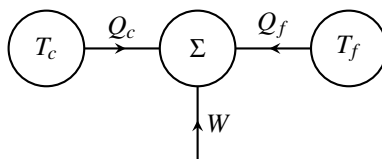
2 Étude générale des machines dithermes

2.1 Schéma synoptique

Machine ditherme

Une machine est ditherme si elle est en contact thermique avec deux corps de températures différentes, celui de plus haute température étant appelé *source chaude* et celui de plus basse température *source froide*.

On suppose pour simplifier que les deux sources sont des **thermostats** de températures T_c (source chaude) et T_f (source froide). L'agent thermique constitue le système d'étude (Σ) ; le *schéma synoptique* ci-contre modélise les différents transferts énergétiques **algébriquement reçus** par (Σ) **sur un cycle** de la machine.



Remarque : Le dispositif qui échange du travail avec l'agent thermique n'est pas représenté symboliquement, il varie suivant la nature de la machine (compresseur, turbine, piston, pompe, etc).

Remarque : Le modèle de la machine ditherme convient bien pour les machines à fluide condensable (voir paragraphe 1.4), mais pas pour le moteur à quatre temps. En effet dans un moteur à explosion il n'y a pas de source chaude à proprement parler. Le transfert thermique qui permet au moteur de fonctionner n'est pas échangé avec un corps chaud mais libéré par une réaction chimique.

2.2 Relations entre les transferts énergétiques

2.2.1 Premier principe

On applique le premier principe à (Σ) sur un cycle. L'énergie interne étant une fonction d'état, elle a la même valeur au début et à la fin du cycle donc $\Delta_{\text{cycle}} U = 0$. On obtient alors la relation suivante entre les trois transferts énergétiques :

$$W + Q_c + Q_f = 0$$

2.2.2 Second principe, inégalité de Clausius

L'entropie est également une fonction d'état donc $\Delta_{\text{cycle}} S = 0$. En appliquant le second principe à (Σ) sur un cycle on établit une inégalité vérifiée par les deux transferts thermiques, appelée **inégalité de Clausius** :

$$S_e + S_c = 0 \iff S_e = -S_c \leq 0 \iff \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0$$

2.3 Moteur ditherme

2.3.1 Sens des transferts énergétiques, schéma synoptique

Un moteur ditherme reçoit un transfert thermique de la source chaude ($Q_c > 0$) et le convertit en partie en travail fourni au milieu extérieur ($W < 0$). Le reste est cédé à la source froide ($Q_f < 0$).

Le schéma synoptique ci-contre indique le sens **positif** des transferts énergétiques pour un moteur ditherme. On choisit donc de noter $-W$ le travail positif **fourni** au milieu extérieur et $-Q_f$ le transfert thermique positif fourni à la source froide. Le symbole € indique un transfert "coûteux", obtenu en consommant une ressource et le symbole ☺ indique un transfert "utile", qui remplit la fonction de la machine.

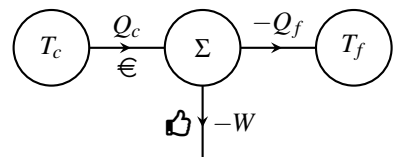


Schéma synoptique d'un moteur ditherme

2.3.2 Rendement d'un moteur thermique

On mesure la performance d'un moteur ditherme avec **le rendement** : $\eta = \frac{-W}{Q_c}$.

Remarque : Le rendement quantifie la fraction du transfert thermique Q_c qui est convertie en travail, il est donc compris entre 0 et 1.

2.3.3 Théorème de Carnot

Théorème de Carnot pour un moteur ditherme

Le second principe de la thermodynamique impose une borne supérieure au rendement d'un moteur ditherme, qui dépend uniquement des températures des sources :

$$\eta \leq 1 - \frac{T_f}{T_c}$$

La valeur maximale (appelé *rendement de Carnot* η_c) est atteinte si et seulement si **la machine fonctionne de façon réversible** ($S_c = 0$).

Par exemple une centrale géothermique utilisant comme source froide l'air atmosphérique de température $T_f \sim 300\text{ K}$ et comme source chaude une nappe d'eau situé à plusieurs kilomètres de profondeur, de température $T_c \sim 430\text{ K}$ (environ 150°C) a un rendement thermodynamique maximal de 30%. En pratique le rendement réel est plutôt de l'ordre de 10% pour ce type de centrale.

2.4 Machine frigorifique

2.4.1 Sens des transferts énergétiques, schéma synoptique

Une machine frigorifique consomme du travail ($W > 0$) pour produire un transfert thermique **anti-spontané**, dirigé de la source froide ($Q_f > 0$) vers la source chaude ($Q_c < 0$). On note que les transferts énergétiques sont tous inversés par rapport à ceux d'un moteur thermique.

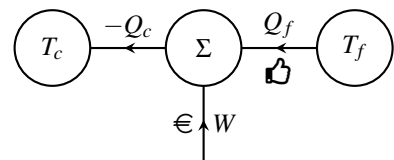


Schéma synoptique d'une machine frigorifique ditherme

2.4.2 Efficacité d'une machine frigorifique

On mesure la performance d'une machine frigorifique avec **l'efficacité** : $e = \frac{Q_f}{W}$.

Remarque : L'efficacité quantifie, pour une certaine quantité de travail consommé, le transfert thermique que l'on peut extraire de la source froide. Elle est généralement supérieure à 1.

2.4.3 Théorème de Carnot

Théorème de Carnot pour une machine frigorifique

Le second principe de la thermodynamique impose une borne supérieure à l'efficacité d'une machine frigorifique, qui dépend uniquement des températures des sources :

$$e \leq \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

La valeur maximale (appelée *efficacité de Carnot* e_c) est atteinte si et seulement si la machine fonctionne de façon réversible.

2.5 Pompe à chaleur

2.5.1 Sens des transferts énergétiques, schéma synoptique

Les PAC ont le même schéma synoptique que les machines frigorifiques. Seule le transfert utile change : il s'agit ici du transfert Q_c fourni à la source chaude.

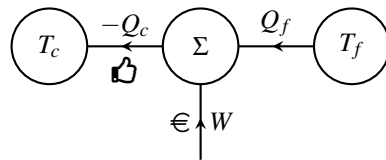


Schéma synoptique d'une PAC ditherme

2.5.2 Efficacité d'une PAC

On mesure la performance d'une machine frigorifique avec l'**efficacité** : $e = \frac{-Q_c}{W}$.

2.5.3 Théorème de Carnot

Théorème de Carnot pour une machine frigorifique

Le second principe de la thermodynamique impose une borne supérieure à l'efficacité d'une PAC, qui dépend uniquement des températures des sources :

$$e \leq \frac{T_c}{T_c - T_f}$$

La valeur maximale est atteinte en cas de fonctionnement réversible.

Par exemple une PAC chauffant une habitation en hiver, utilisant comme source froide l'air extérieur de température $T_f = 273 \text{ K}$ et comme source chaude l'air intérieur de température $T_c = 293 \text{ K}$ possède une efficacité théorique maximale d'environ 15. En pratique la plupart des PAC ont une efficacité comprise entre 3 et 7.

2.6 Application

Exemple

Une pompe à chaleur fonctionnant de manière réversible cède en une heure un transfert thermique de 20,0 MJ à l'intérieur d'une habitation (température constante de 19°C). La température extérieure, constante elle aussi, est de 4°C.

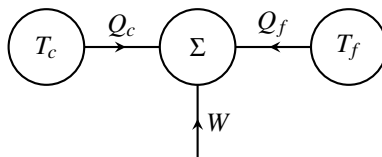
1. Définir puis calculer l'efficacité de la pompe à chaleur.
2. Calculer le travail consommé par la pompe à chaleur en une heure, puis sa puissance supposée constante.
3. Calculer le transfert thermique prélevée à l'atmosphère extérieure en une heure.

En pratique la pompe à chaleur n'est pas réversible et, pour un même transfert thermique cédé à l'intérieur de l'habitation, consomme une puissance cinq fois plus élevée que dans le cas réversible.

4. Calculer l'efficacité de la pompe à chaleur réelle.
5. Calculer l'entropie créée en une heure.

► Poser le problème, dessiner un schéma synoptique

On note $T_f = 4^\circ\text{C}$ la température de la source froide et $T_c = 19^\circ\text{C}$ celle de la source chaude. On introduit également les notations relatives aux différents transferts qui s'opèrent au cours du cycle.



► Calculer l'efficacité de Carnot d'une machine ditherme

L'efficacité d'une PAC est définie par $e = -\frac{Q_c}{W}$. On applique les deux principes à l'agent thermique, sur un cycle. La machine fonctionne de manière réversible donc il n'y a pas d'entropie créée.

$$\begin{cases} \Delta U = 0 = Q_c + Q_f + W \\ \Delta S = 0 = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \end{cases}$$

Le premier principe donne $W = -Q_c - Q_f$ et permet ainsi d'écrire l'efficacité uniquement en fonction des transferts thermiques :

$$e = \frac{Q_c}{Q_c + Q_f} = \frac{1}{1 + \frac{Q_f}{Q_c}}$$

Le second principe permet de calculer le rapport des transferts thermiques :

$$\frac{Q_f}{Q_c} = -\frac{T_f}{T_c} \iff e = \frac{1}{1 - \frac{T_f}{T_c}} \iff \boxed{e = \frac{T_c}{T_c - T_f} = 19,5}$$

► **Mettre en œuvre le premier principe, calculer une puissance**

2. Le travail consommé par la pompe à chaleur vaut $W = -\frac{Q_c}{e} = 1,0 \text{ MJ}$.

Par définition la puissance consommée par la pompe à chaleur est $\mathcal{P} = \frac{W}{\Delta t}$ avec Δt la durée de fonctionnement. On fait l'application numérique avec $\Delta t = 1 \text{ h}$: $\mathcal{P} = 285 \text{ W}$.

3. On calcule le transfert thermique prélevé à l'air extérieur à l'aide du premier principe : $Q_f = -W - Q_c = 19,0 \text{ MJ}$.

► **Comparer une machine réelle et une machine réversible**

4. On note respectivement $W_{\text{réel}}$ et W_{rev} le travail consommé sur un cycle par la machine réelle et la machine réversible. D'après l'énoncé $W_{\text{réel}} = 5W_{\text{rev}}$ pour un même transfert thermique Q_c donc :

$$e_{\text{réel}} = -\frac{Q_c}{W_{\text{réel}}} = -\frac{Q_c}{5W_{\text{rev}}} = \frac{e_{\text{rev}}}{5} \iff e_{\text{réel}} = 3,9$$

► **Mettre en œuvre le second principe**

5. On applique le second principe à la machine réelle :

$$\Delta S = 0 = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} + S_c \iff S_c = -\frac{Q_c}{T_c} - \frac{Q_f}{T_f}$$

avec $Q_f = -W_{\text{réel}} - Q_c = 14,9 \text{ MJ}$. On effectue l'application numérique : $S_c = 14,9 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1}$.

Application 1

Une centrale nucléaire est une machine ditherme qui fonctionne entre une source chaude à la température $T_c = 320^\circ\text{C}$ (le cœur du réacteur) et une source froide constituée par l'eau d'un fleuve à la température $T_f = 20^\circ\text{C}$. La centrale fournit à l'alternateur une puissance $\mathcal{P} = 1,0 \text{ GW}$.

1. Établir l'expression du rendement maximal d'une centrale fonctionnant entre ces deux sources.
2. Sachant que le rendement effectif de la centrale est égal à 60% du rendement maximal, calculer le transfert thermique libéré dans le fleuve en une heure.
3. Le débit volumique du fleuve $D_v = 300 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ est constant. À l'aide d'un bilan énergétique sur une masse d'eau du fleuve à préciser, déterminer littéralement et numériquement l'écart de température entre l'amont et l'aval de la centrale.

Données : Masse volumique de l'eau liquide : $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
capacité thermique massique de l'eau liquide : $c_\ell = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$.

3 Cycle d'un gaz parfait

Certaines machines fonctionnent avec un agent thermique gazeux ; on en a vu un exemple avec le moteur à explosion. Pour étudier les propriétés de telles machines il est possible de s'appuyer sur un modèle simplifié des transformations du cycle, comme c'est le cas du modèle de Beau de Rochas, dans lequel le gaz est généralement supposé parfait. L'objectif consiste alors à déterminer les transferts énergétiques et le rendement (ou l'efficacité) en fonction des paramètres de la machine.

Exemple

Le moteur à quatre temps a été décrit pour la première fois en 1862 par l'ingénieur Alphonse BEAU. Ce cycle est décrit par l'air (pris à l'extérieur à la pression atmosphérique P_0), assimilé à un gaz parfait diatomique, qui évolue entre un volume minimal V_1 et un volume maximal $V_2 = \alpha V_1$ avec le rapport volumétrique de compression $\alpha > 1$. On note $\gamma = C_P/C_V$ le rapport adiabatique du gaz, supposé constant.

Le cycle est modélisé de la manière suivante :

A_0A : admission isobare du mélange air-essence,

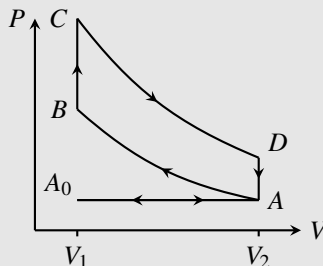
AB : compression adiabatique réversible,

BC : compression isochore,

CD : détente adiabatique réversible,

DA : détente isochore,

AA_0 : échappement isobare.



1. Exprimer les transferts thermiques Q_{AB} , Q_{BC} , Q_{CD} et Q_{DA} en fonction des températures T_A , T_B , T_C et T_D aux divers points du cycle.

2. Le moteur fonctionne grâce au transfert thermique libéré par la combustion du carburant (étape BC). Montrer que le rendement du moteur s'écrit : $\eta = 1 - \alpha^{1-\gamma}$. Faire l'application numérique avec $\alpha = 9$ et $\gamma = 1,4$.

► Mettre en œuvre le premier principe

1. Les transformations $A \rightarrow B$ et $C \rightarrow D$ sont adiabatiques donc $Q_{AB} = Q_{CD} = 0$.

Les transformations $B \rightarrow C$ et $D \rightarrow A$ sont isochores donc $W_{BC} = W_{DA} = 0$ et d'après le premier principe : $Q_{BC} = C_V(T_C - T_B)$ et $Q_{DA} = C_V(T_A - T_D)$.

► Définir et exprimer un rendement

2. Dans un moteur à explosion le transfert utile correspond au travail fourni sur un cycle entier $-W_{\text{cycle}}$ tandis que le transfert coûteux correspond au transfert thermique libéré par la combustion. On définit donc le rendement du moteur par : $\eta = -\frac{W_{\text{cycle}}}{Q_{BC}}$.

On exprime W_{cycle} en appliquant le premier principe sur un cycle entier :

$$0 = W_{\text{cycle}} + Q_{\text{cycle}} = W_{\text{cycle}} + Q_{BC} + Q_{DA} \iff -W_{\text{cycle}} = Q_{BC} + Q_{DA}$$

Le rendement s'écrit alors sous la forme : $\eta = 1 + \frac{Q_{DA}}{Q_{BC}} = 1 + \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B}$.

► Mettre en œuvre les lois de Laplace

Les transformations $A \rightarrow B$ et $C \rightarrow D$ sont adiabatiques réversibles pour un gaz parfait. On peut appliquer les lois de Laplace pour relier les températures aux volumes V_1 et V_2 .

$$\begin{cases} T_A V_2^{\gamma-1} = T_B V_1^{\gamma-1} \\ T_D V_2^{\gamma-1} = T_C V_1^{\gamma-1} \end{cases} \iff T_A = \alpha^{1-\gamma} T_B \quad \text{et} \quad T_D = \alpha^{1-\gamma} T_C$$

On peut finalement conclure : $\eta = 1 + \frac{\alpha^{1-\gamma}(T_B - T_C)}{T_C - T_B} \iff \boxed{\eta = 1 - \alpha^{1-\gamma} = 0,58}$.

Remarque : Cette valeur de rendement est surestimée car l'hypothèse d'une compression et d'une détente adiabatique réversible n'est pas réaliste. En pratique le rendement d'un moteur à explosion est plutôt de l'ordre de 35 à 40%.

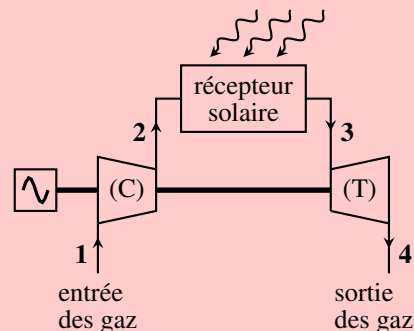
Application 2

Une centrale solaire thermique a pour fonction de produire de l'énergie électrique à partir de l'énergie du flux solaire grâce à un cycle thermodynamique. La figure ci-dessous schématise de façon simplifiée la structure de cette centrale.

L'air ambiant à la pression P_1 est admis dans le compresseur (point 1) et ressort à la pression $P_2 = \alpha P_1$ avec le rapport barométrique de compression $\alpha > 1$ (point 2). Il traverse ensuite le récepteur solaire qui est un échangeur thermique dans lequel il s'échauffe jusqu'à la température T_3 sous l'effet du flux solaire, focalisé par un ensemble de miroirs paraboliques (point 3). Il arrive alors dans la turbine qui entraîne le compresseur et l'alternateur. L'air en ressort à la température T_4 (point 4).

L'air est assimilé à un gaz parfait de coefficient adiabatique $\gamma = C_p/C_v$ constant. On modélise les transformations du cycle à l'aide du modèle idéal de Brayton :

- 1 $\rightarrow$ 2 : compression adiabatique réversible,
- 2 $\rightarrow$ 3 : échauffement isobare,
- 3 $\rightarrow$ 4 : détente adiabatique réversible,
- 4 $\rightarrow$ 1 : l'air expulsé de la turbine se refroidit jusqu'à la température ambiante T_1 à pression constante et revient dans l'état 1.



1. Représenter l'allure du cycle sur un diagramme de Watt (P, V).
2. À l'aide d'un raisonnement semblable à celui de l'exemple précédent, exprimer le rendement thermodynamique de ce cycle en fonction de α et γ . Faire l'application numérique avec $\alpha = 2,6$ et $\gamma = 1,4$.

4 Sources de température variable

Jusqu'à présent nous avons considéré que la source chaude et la source froide sont des thermostats. En pratique cette hypothèse n'est pas toujours vérifiée et il faut parfois tenir compte des variations de température des sources. On étudie en particulier le cas où les températures des sources **varient peu au cours d'un cycle**. Dans ce cas chaque cycle peut être assimilé à une **transformation infinitésimale**. On illustre la méthode avec l'exemple ci-dessous.

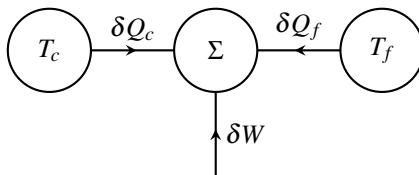
Exemple

Deux solides de capacités thermiques identiques C , de températures initiales T_{0f} et $T_{0c} > T_{0f}$, sont utilisés comme sources d'une machine ditherme destinée à fournir un travail moteur. On fait l'hypothèse que la machine effectue un grand nombre de cycles, de manière réversible, avant de s'arrêter de fonctionner, ce qui permet d'assimiler chaque cycle à une transformation infinitésimale (on note δW , δQ_f et δQ_c les transferts énergétiques correspondants reçus algébriquement par la machine sur un cycle).

1. Rappeler les signes de δQ_f et δQ_c . Sachant que la capacité thermique C est finie expliquer pourquoi la machine s'arrête forcément de fonctionner au bout d'un certain temps.
2. Montrer que les températures des solides sont telles que : $T_f T_c = \text{Cste}$. En déduire l'expression de la température finale des deux solides.
3. Exprimer le travail total fourni par la machine pendant son fonctionnement.

► Analyser les transferts

1. Un moteur thermique reçoit un transfert thermique de la source chaude ($\delta Q_c > 0$) et cède un transfert thermique à la source froide ($\delta Q_f < 0$). Compte tenu du sens de ces échanges on s'attend à ce que la source chaude se refroidisse et la source froide se réchauffe. Ainsi, au bout d'un certain temps, les températures des deux sources finissent par devenir identiques ; la machine ne peut plus être qualifiée de ditherme. Elle devient **monotherme** et ne peut plus fournir de travail.



► Mettre en œuvre les principes de la thermodynamique sur un cycle

2. On applique d'abord les deux principes à la machine sur un cycle. Il n'y a pas d'entropie créée car elle fonctionne de manière réversible.

$$\begin{cases} \delta W + \delta Q_f + \delta Q_c = 0 & (1) \\ \frac{\delta Q_f}{T_f} + \frac{\delta Q_c}{T_c} = 0 & (2) \end{cases}$$

On applique ensuite le premier principe **aux deux sources**, sur un cycle. Par convention ces sources reçoivent algébriquement des transferts thermiques $-\delta Q_f$ et $-\delta Q_c$:

$$CdT_f = -\delta Q_f \quad \text{et} \quad CdT_c = -\delta Q_c$$

On réécrit l'équation (2) : $\frac{CdT_f}{T_f} + \frac{CdT_c}{T_c} \iff \frac{dT_f}{T_f} = -\frac{dT_c}{T_c}$. On intègre entre l'état initial de la machine et un état quelconque :

$$\ln \frac{T_f}{T_{0f}} = -\ln \frac{T_c}{T_{0c}} \iff \frac{T_f}{T_{0f}} = \frac{T_{0c}}{T_c} \iff \boxed{T_f T_c = T_{0f} T_{0c}}$$

Le produit $T_f T_c$ se conserve tout au long du fonctionnement de la machine.

3. On a vu que la machine s'arrête lorsque les températures des deux sources sont identiques.

Cette température d'équilibre final vérifie : $T_{eq}^2 = T_{0f} T_{0c} \iff \boxed{T_{eq} = \sqrt{T_{0f} T_{0c}}}$.

D'après l'équation (1) : $\delta W = -\delta Q_f - \delta Q_c = CdT_f + CdT_c$. On intègre entre l'état initial et l'état final de la machine :

$$W = C(T_{eq} - T_{0f}) + C(T_{eq} - T_{0c})$$

Avec l'expression obtenue précédemment pour T_{eq} et en utilisant une identité remarquable on obtient : $W = -C(\sqrt{T_{0c}} - \sqrt{T_{0f}})^2$.

Enfin le travail fourni par la machine est l'opposé du travail W (algébriquement reçu) :

$$\boxed{W_{fourni} = C(\sqrt{T_{0c}} - \sqrt{T_{0f}})^2}$$

Application 3

En hiver une pompe à chaleur (PAC) utilise comme source froide l'air extérieur (noté (E)) de température constante $T_{ext} = 5^\circ\text{C}$, et comme source chaude l'intérieur d'une habitation (noté (H)). Initialement la température intérieure est égale à T_{ext} . On allume la PAC à l'instant $t = 0$ et on suppose qu'elle fonctionne de manière réversible en consommant une puissance électrique $\mathcal{P}$ constante. On note $C_p = 2,2 \cdot 10^7 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ la capacité thermique à pression constante de (H) . On néglige les pertes thermiques à travers les parois de l'habitation.

1. On se place à un instant quelconque pour lequel la température intérieure est $T(t)$. On assimile un cycle de la PAC à une transformation infinitésimale de durée dt . Exprimer le transfert thermique δQ fourni à (H) par la PAC au cours d'un cycle, en fonction de $\mathcal{P}$, T_{ext} , T et dt .
2. Établir, à l'aide d'un bilan d'énergie pour (H) , l'équation différentielle vérifiée par $T(t)$. On supposera que l'évolution est isobare.
3. Exprimer la durée $t(T)$ de chauffage pour atteindre une température T donnée.
4. On souhaite obtenir une température $T = 18^\circ\text{C}$ en moins de six heures. Calculer la puissance minimale $\mathcal{P}_m$ que doit consommer la PAC.