# Devoir n°1 (non surveillé)

**EXERCICE 1**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$\frac{1+\frac{2}{x}}{1+\frac{x}{2}} = 2 \ ; \ \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = 1 \ ; \ e^{2x} - 5e^{x} + 6 = 0.$$

**EXERCICE 2**

Montrer que :

$$\forall\, n \in \mathbb{N}^*,\ \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{n^2} \geqslant \frac{3n}{2n+1}.$$

**EXERCICE 3**

Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$, $u_1 = 2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+2} = \dfrac{u_{n+1}^2}{u_n}$. Déterminer l'expression de $u_n$ en fonction de $n$.

**EXERCICE 4**

Montrer que toute fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ peut se décomposer de manière unique comme somme d'une fonction constante et d'une fonction qui s'annule en 0.

# Devoir n°1 (non surveillé)

**EXERCICE 1**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$\frac{1+\frac{2}{x}}{1+\frac{x}{2}} = 2 \ ; \ \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = 1 \ ; \ e^{2x} - 5e^{x} + 6 = 0.$$

**EXERCICE 2**

Montrer que :

$$\forall\, n \in \mathbb{N}^*,\ \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{n^2} \geqslant \frac{3n}{2n+1}.$$

**EXERCICE 3**

Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$, $u_1 = 2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+2} = \dfrac{u_{n+1}^2}{u_n}$. Déterminer l'expression de $u_n$ en fonction de $n$.

**EXERCICE 4**

Montrer que toute fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ peut se décomposer de manière unique comme somme d'une fonction constante et d'une fonction qui s'annule en 0.