

Corrigé DM2

Exercice : Réfractomètre de Pulfrich

1. Le triangle IJK est rectangle en K : $r = \frac{\pi}{2} - r'$. On applique la loi de la réfraction en I :

$$n \sin i = n_0 \sin r = n_0 \cos r' \iff i = \arcsin\left(\frac{n_0 \cos r'}{n}\right)$$

Il y a réfraction en J à condition que r' soit inférieur à l'angle de réflexion totale pour le dioptré cube-air : $r' \leq r'_m = \arcsin(1/n_0)$.

L'énoncé note i_m l'angle limite, c'est-à-dire celui pour lequel $r' = r'_m$ (réfraction rasante en J). Or r' varie dans le sens contraire de i donc $r' \leq r'_m \iff i \geq i_m$. Il reste à déterminer l'angle minimal i_m en se plaçant dans le cas limite.

$$\sin i_m = \frac{n_0 \cos r'_m}{n} = \frac{n_0}{n} \cos\left(\arcsin\left(\frac{1}{n_0}\right)\right)$$

En utilisant le formulaire on obtient alors : $\sin i_m = \frac{n_0}{n} \sqrt{1 - \frac{1}{n_0^2}} \iff \sin i_m = \frac{1}{n} \sqrt{n_0^2 - 1}$.

L'angle i_m est défini à condition que $\sin i_m \leq 1$. Cela revient à dire qu'un rayon ne peut émerger du cube que si son indice vérifie $n_0 \leq \sqrt{n^2 - 1}$.

2. On utilise les résultats précédents et on y ajoute la loi de la réfraction en J :

$$n \sin i = n_0 \sin r = n_0 \cos r' = n_0 \cos\left(\arcsin\left(\frac{\sin i'}{n_0}\right)\right)$$

En utilisant à nouveau le formulaire on trouve :

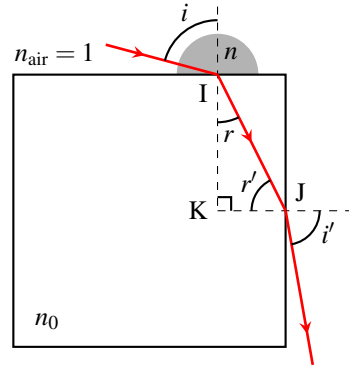
$$n \sin i = n_0 \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i'}{n_0^2}} = \sqrt{n_0^2 - \sin^2 i'} \iff i = \arcsin\left(\frac{1}{n} \sqrt{n_0^2 - \sin^2 i'}\right)$$

Remarque : Dans la limite $i' = \pi/2$ (réfraction rasante en J) on trouve $\sin i = \frac{1}{n} \sqrt{n_0^2 - 1} = \sin i_m$. C'est cohérent avec les calculs de la question précédente.

D'après cette expression i' varie dans le sens contraire de i donc i' est minimal lorsque i est maximal, c'est-à-dire $i = \pi/2$. En se plaçant dans cette configuration on peut écrire :

$$\frac{\pi}{2} = \arcsin\left(\frac{1}{n} \sqrt{n_0^2 - \sin^2 i'_m}\right) \iff 1 = \frac{1}{n} \sqrt{n_0^2 - \sin^2 i'_m}$$

$$\iff n^2 = n_0^2 - \sin^2 i'_m$$



3. L'application numérique donne $n = 1,3329$. Cette valeur correspond à l'indice de réfraction de l'eau liquide.

4. L'eau et le verre sont des milieux dispersifs. Les indices n_0 et n dépendent de la longueur d'onde, donc i'_m aussi. Il n'est pas souhaitable de réaliser cette expérience en lumière blanche, d'une part car les indices n, n_0 et l'angle i_m ne sont définis sans ambiguïté que pour une longueur d'onde précise, et d'autre part car la décomposition de la lumière rend le mesurage de i'_m beaucoup moins précis.