DS de physique n°1

Durée : 3h

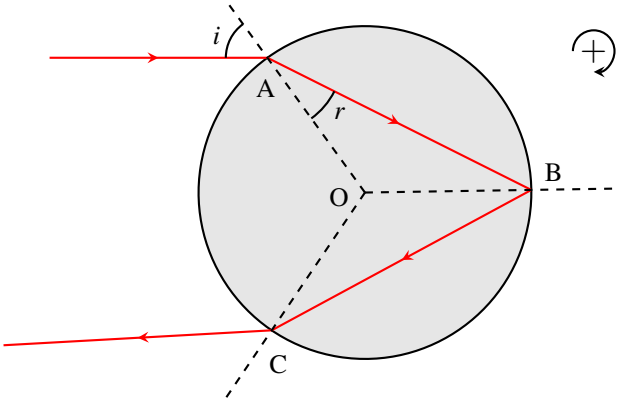
L'usage de la calculatrice est autorisé. La copie doit être propre, lisible, sans faute d'orthographe. Les pages doivent être numérotées et ***les résultats soulignés ou encadrés****. Un résultat donné sans justification, à moins que l'énoncé le précise, est considéré comme faux. Les valeurs numériques doivent être accompagnées de leur unité. Le devoir comporte 3 exercices indépendants.*

> Avant d'écrire parcourez d'abord rapidement l'ensemble du sujet. Vous n'êtes pas obligés de traiter les exercices dans l'ordre du sujet, mais évitez dans votre copie de faire des aller-retours entre les exercices. Vous pouvez par exemple changer de feuille (ou sauter une page) si vous changez d'exercice avant d'avoir fini le précédent, au cas où vous y reviendriez plus tard. Si vous bloquez à une question, laissez la de côté et passez à la suivante, quitte à y revenir plus tard si vous avez le temps.
> Le sujet est long et il est tout à fait normal que vous n'ayez pas le temps de traiter toutes les questions (d'où l'importance lire tout le sujet pour traiter en priorité celles qui vous paraissent les plus faciles). N'oubliez pas les unités dans vos applications numériques et encadrez tous vos résultats (je me répète car c'est TRES important).
> Respirez un bon coup et c'est parti, bon courage !

Exercice 1 : Arc-en-ciel

Lorsque le soleil éclaire un rideau de pluie, on peut observer dans certaines conditions un arc-en -ciel. Pour expliquer ce phénomène on considère une goutte d'eau sphérique d'indice de réfraction n dépendant de λ. La figure ci-dessous illustre la marche d'un rayon lumineux à travers la goutte (dans le cas d'une lumière monochromatique).

Soit un rayon lumineux arrivant sur la goutte avec un angle d'incidence i quelconque, entre 0 et $\pi/2$. L'indice de l'air vaut $n_{\text{air}} = 1$. On considère un rayon sortant de la goutte après **une seule** réflexion interne : ce rayon est à l'origine de l'arc-en-ciel principal.



1. Énoncer la loi de la réfraction en A.

2. Justifier qu'il y a nécessairement un rayon réfracté en B (il n'est pas représenté sur la figure). Déterminer sous quel angle ce rayon réfracté émerge dans l'air.
Justifier que le même raisonnement peut s'appliquer au point C.

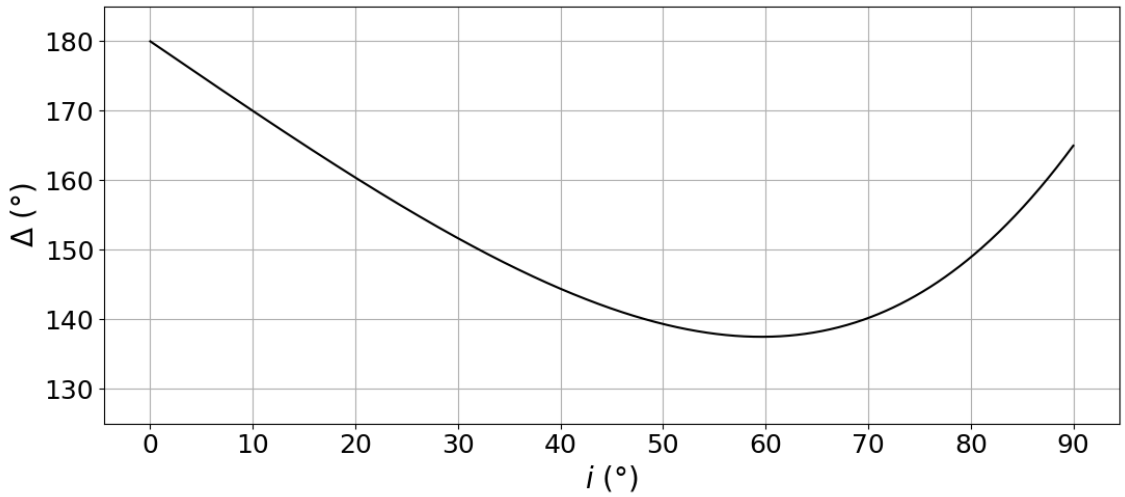
3. On note Δ l'angle de déviation entre le rayon qui entre dans la goutte en A et celui qui est réfracté en C. Il est orienté conventionnellement dans le sens horaire.
Exprimer Δ en fonction de i et r puis montrer que $\Delta = \pi + 2\arcsin(x) - 4\arcsin(x/n)$, avec $x = \sin i$.

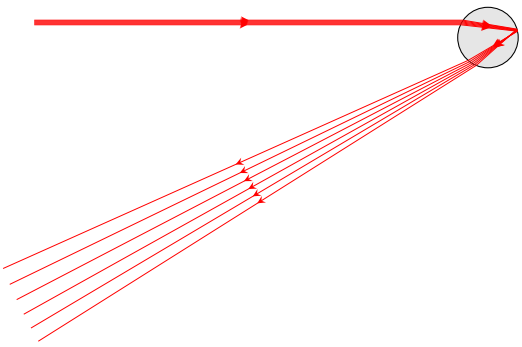
4. Montrer que $\Delta(x)$ passe par un extremum lorsque x a pour valeur :

$$x_m = \sin(i_m) = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$$

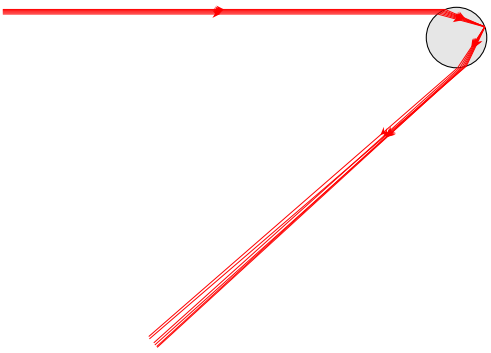
Indication : $\arcsin'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

On représente ci-dessous le graphe de $\Delta(x)$ pour $n = 1,330$ (correspondant à $\lambda = 700\,\text{nm}$). On représente également la marche de deux faisceaux lumineux fins de même largeur, centrés autour des angles d'incidences $i = 30°$ et $i = i_m$, diffusés par la goutte.





Incidence centrée sur $i = 30°$



Incidence centrée sur $i = i_m$

5. Justifier sans calcul que la lumière diffusée est la plus intense dans la direction $\Delta_m = \Delta(x_m)$.

6. Calculer x_m et Δ_m (en degrés) dans le cas de l'eau, pour le violet ($\lambda = 400\,\text{nm}$, $n = 1,343$) et le rouge ($\lambda = 700\,\text{nm}$, $n = 1,330$).

7. Comparez les valeurs de $\Delta_m(\text{bleu})$ et $\Delta_m(\text{rouge})$. Justifier que pour un observateur le rouge se trouve du côté extérieur de l'arc et le violet du côté intérieur.

Exercice 2: Mesurer l'énergie d'une bombe atomique

Une légende en physique voudrait que l'analyse dimensionnelle ait permis à Geoffrey Ingram Taylor d'estimer, en 1950, l'énergie dégagée par l'explosion d'une bombe nucléaire, cette information étant alors classée secret défense. Taylor suppose a priori que le processus d'expansion de la sphère de gaz dépend au minimum des paramètres suivants :

- le temps t (origine prise au début de l'explosion),
- l'énergie E dégagée par l'explosion ,
- la masse volumique de l'air ρ .

1. On suppose que l'énergie E s'écrit sous la forme $E = t^{\alpha}\rho^{\beta}r^{\gamma}$, où r est le rayon de la sphère de gaz. Déterminer les exposants α, β et γ par analyse dimensionnelle.

2. En mesurant le diamètre du nuage sur la photo (figure 1) réalisée après $t = 15{,}00\,\text{ms}$ $(u(t) = 0,10\,\text{ms})$, faire l'application numérique. On prendra pour densité de l'air $\rho = 1,20\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ (incertitude-type négligée) et on donnera le résultat, accompagné de son incertitude-type, en unité SI puis en masse équivalente de TNT ($1\,\text{kg TNT} = 4,6\cdot 10^{6}\,\text{SI}$).

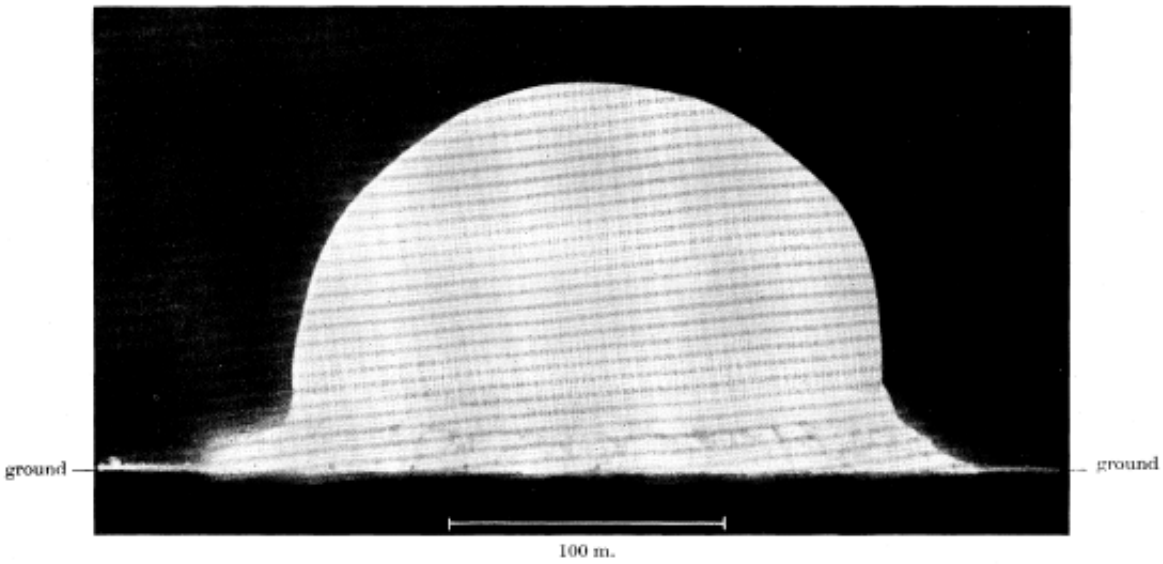


FIGURE 1 : Cliché montrant l'explosion d'une bombe atomique

On souhaite vérifier la relation entre le rayon du nuage et le temps. Une série de clichés montrant l'expansion du nuage dans les premiers instants suivant l'explosion permet d'obtenir le tableau ci-dessous, reliant le rayon du nuage au temps écoulé :

Temps (en ms)	0,4	0,7	0,9	1,2	1,5	1,8	3,3	3,8	4,3	15	34	62
Rayon (en m)	25,4	31,9	36,3	41,0	44,4	46,9	59,0	62,9	65,6	106,5	145,0	185,0

À partir des valeurs obtenues, on trace le graphe $\ln r = f(\ln t)$ et on effectue une regression linéaire, avec le modèle affine $\ln r = a\ln t + b$. Le résultat de la régression est représenté sur la figure 2. Les résidus normalisés sont représentés sur la figure 3.

3. Justifier le choix d'une échelle logarithmique en abscisse et en ordonnée. Quelles est la valeur théorique du coefficient directeur a ?

4. On peut estimer l'incertitude-type sur la valeur de a en utilisant une méthode de Monte Carlo.

a) Expliquer en quelques phrases en quoi cela consiste.

b) On obtient $u(a) = 0,01228$. Proposer une écriture pour la valeur de a et de son incertitude associée avec un nombre pertinent de chiffres significatifs.

c) Calculer l'écart normalisé entre la valeur expérimentale de a et celle prédite par la théorie. Compte tenu de cette valeur et de l'allure des figures 2 et 3, que pouvez-vous conclure ?

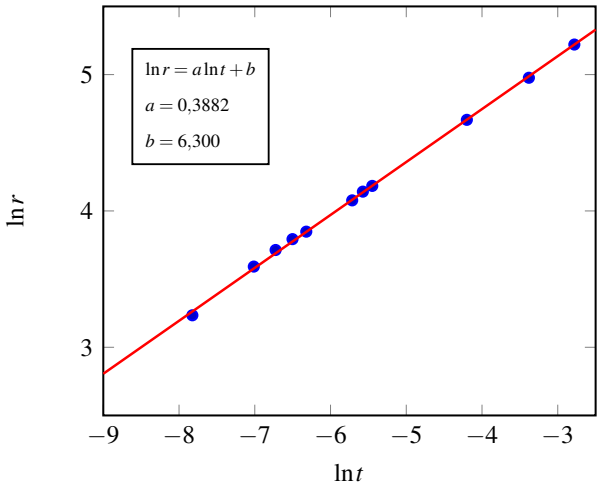


FIGURE 2 *:* Régression linéaire du graphe $\ln r = f(\ln t)$

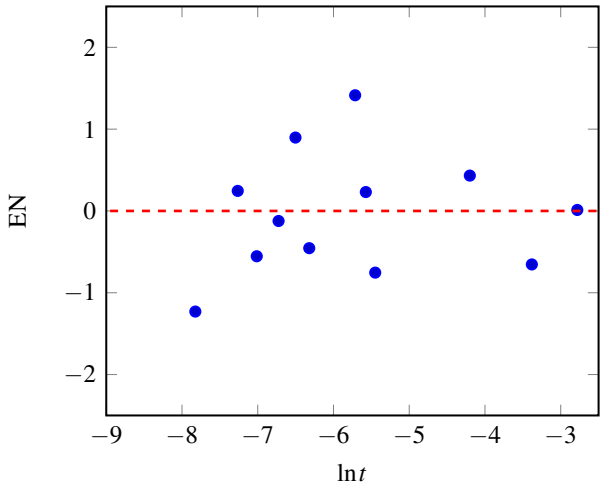


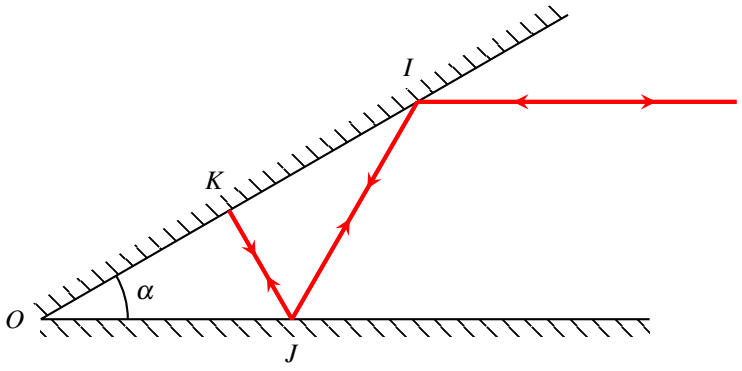
FIGURE 3 *:* Résidus normalisés

FORMULAIRE

Si $x = \alpha y + \beta z$ avec α, β des constantes alors $\boxed{u(x) = \sqrt{(\alpha u(y))^2 + (\beta u(z))^2}}$

Si $x = \text{Cste} \times y^{\alpha} z^{\beta}$ avec α, β des constantes alors $\boxed{\dfrac{u(x)}{|x|} = \sqrt{\left(\alpha \dfrac{u(y)}{y}\right)^2 + \left(\beta \dfrac{u(z)}{z}\right)^2}}$.

Exercice 3 : Miroirs formant un coin



Un système optique est constitué de deux miroirs plans formant un coin d'angle α. Un rayon lumineux arrive sur ce système parallèlement à l'un des miroirs. Après trois réflexions successives en I, J puis K, le rayon émerge du système en suivant exactement le même chemin, en sens inverse.

Calculer α.