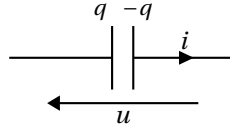


Chapitre 6 : Régime transitoire du premier ordre

1 Condensateur et bobine idéale

1.1 Présentation du condensateur

Un condensateur est un composant constitué de deux armatures métalliques séparées par un isolant. Si un courant circule dans la branche d'un condensateur, les charges électriques ne peuvent pas traverser l'isolant donc **elles s'accumulent sur les armatures**. Dans l'ARQS nous admettons que les charges électriques portées par les armatures sont opposées ($\pm q$). On dit qu'un condensateur est **chargé** si $q \neq 0$ et **déchargé** si $q = 0$.



Un condensateur est **idéal** si l'isolant est parfait, c'est-à-dire qu'aucune charge électrique ne peut le traverser. En pratique, si l'isolant n'est pas parfait, des charges peuvent circuler d'une armature à l'autre à travers l'isolant ; on parle de *courant de fuite* et son intensité est généralement extrêmement faible. Dans ce chapitre, sauf mention contraire, on supposera les condensateurs idéaux.

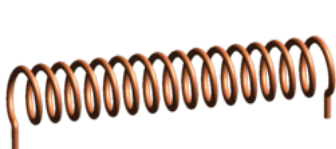
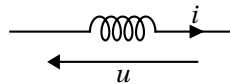
La charge q du condensateur est proportionnelle à la tension que l'on impose à ses bornes : $q = Cu$, avec C la **capacité** du condensateur (en *farad* : symbole F). À partir de cette relation on montre que la loi d'évolution d'un condensateur idéal, **en convention récepteur**, s'écrit :

$$i = C \frac{du}{dt}$$

Un condensateur emmagasine de l'énergie électrique quand on le charge. Contrairement à un résistor, **cette énergie n'est pas dissipée** ; elle est stockée tant que le condensateur est chargé et est restituée au circuit si le condensateur se décharge.

1.2 Présentation de la bobine

Une bobine est un composant que l'on fabrique en **enroulant un fil conducteur en hélice**. Chaque tour de l'enroulement s'appelle une **spire**. Il existe différentes géométries (voir ci-dessous).



Bobine de type "solénoïde"



Bobine torique

Une bobine est **idéale** si l'on néglige sa résistance électrique. Il faut généralement une grande longueur de fil pour fabriquer une bobine, si bien qu'il est parfois nécessaire de tenir compte de sa résistance.

Le comportement électrique d'une bobine est dicté par un phénomène physique appelé *l'induction électromagnétique*, que l'on abordera en fin d'année. Pour l'instant nous admettons que cet effet se traduit de la manière suivante : une tension apparaît aux bornes d'une bobine si l'intensité dans sa branche **varie dans le temps**. La loi d'évolution d'une bobine idéale s'écrit, **en convention récepteur** :

$$u = L \frac{di}{dt}$$

avec L l'**inductance** de la bobine (en *henry* : symbole H).

Une bobine emmagasine de l'énergie magnétique lorsqu'elle est parcourue par un courant. Cette énergie n'est pas dissipée et peut être restituée au circuit.

1.3 Propriétés d'un condensateur idéal et d'une bobine idéale

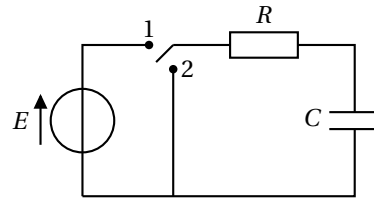
	Condensateur idéal	Bobine idéale
Symbole		
Relation courant-tension	$i = C \frac{du}{dt}$	$u = L \frac{di}{dt}$
Comportement en régime stationnaire		
Continuité	Tension aux bornes d'un condensateur	Intensité dans la branche d'une bobine
Énergie stockée à un instant t	$\mathcal{E}_e = \frac{1}{2} Cu^2(t)$	$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2} Li^2(t)$
Travail électrique reçu entre t_1 et t_2	$W_c = \frac{1}{2} Cu^2(t_2) - \frac{1}{2} Cu^2(t_1)$	$W_b = \frac{1}{2} Li^2(t_2) - \frac{1}{2} Li^2(t_1)$

2 Circuit RC série

2.1 Introduction

Le circuit ci-contre possède un interrupteur qui permet de choisir entre deux configurations différentes :

- Dans la position 1 le circuit est alimenté par le générateur et le condensateur **se charge**.
- Dans la position 2 le circuit n'est pas alimenté. On dit qu'il est en *régime libre*. Dans ce cas le condensateur **se décharge**.



Notre objectif consiste à étudier les variations de la tension aux bornes du condensateur lors de la charge, puis lors de la décharge d'un condensateur. On s'intéressera également aux échanges d'énergie entre les différents dipôles aux cours de ces évolutions.

2.2 Charge d'un condensateur

On étudie le circuit ci-contre, dans lequel le condensateur est initialement déchargé.

2.2.1 Équation différentielle, forme canonique et temps caractéristique

La tension aux bornes du condensateur est solution d'une équation différentielle linéaire du premier ordre :

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{\tau} = \frac{E}{RC} \quad \text{avec} \quad \tau = RC$$

Le paramètre τ s'appelle le *temps caractéristique* du circuit. Le terme $\frac{E}{RC}$ s'appelle le *second membre* de l'équation différentielle.

2.2.2 Résolution de l'équation différentielle

La solution générale de ce type d'équation d'équation différentielle est de la forme :

$$u_c(t) = Ae^{-t/\tau} + u_p$$

avec A est une *constante d'intégration* et u_p un terme appelé *solution particulière*. On termine la résolution en deux étapes (à faire dans le bon ordre !)

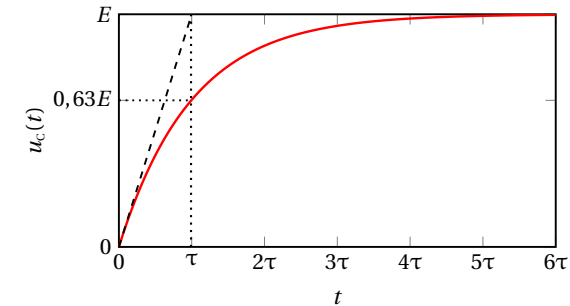
- **Dabord** on détermine u_p en **résolvant l'équation sans dérivée** : $\frac{u_p}{RC} = \frac{E}{RC} \Leftrightarrow u_p = E$;
- **ensuite** on détermine A grâce à une **condition initiale** : $u_c(0^+) = u_c(0^-) = 0 = A + E \Leftrightarrow A = -E$.

On conclut : $u_c(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$.

2.2.3 Allure du graphe de $u_c(t)$

On considère que le régime transitoire dure environ 5τ ($\sim 99\%$ de la charge effectuée). On peut mesurer le temps caractéristique τ de deux manières différentes sur un graphe :

- *Méthode de la tangente à l'origine* : la tangente à l'origine croise l'asymptote à la date $t = \tau$;
- *Méthode des 63%* : La charge est effectuée à 63% à la date $t = \tau$.



2.2.4 Bilan énergétique entre $t = 0$ et $t = +\infty$

Travail électrique reçu par le condensateur au cours du régime transitoire :

$$W_c = \frac{1}{2}Cu^2(+\infty) - \frac{1}{2}Cu^2(0) \Rightarrow W_c = \frac{1}{2}CE^2$$

Travail électrique fourni par le générateur :

$$W_g = \int_0^{+\infty} Ei(t)dt = CE^2$$

On en déduit alors, par conservation de l'énergie dans le circuit, le travail électrique reçu par le résistor (le travail fourni par le générateur est égal à la somme des travaux reçus par les récepteurs) :

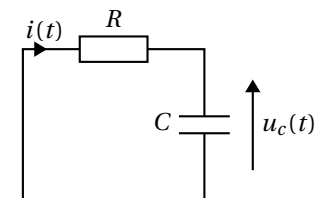
$$W_g = W_r + W_c \Leftrightarrow W_r = W_g - W_c = \frac{1}{2}CE^2$$

Au cours de la charge, entre $t = 0$ et $t = +\infty$, le générateur fournit au circuit un travail électrique $W_g = CE^2$. Cette énergie est consommée à 50% par le résistor qui la dissipe en énergie thermique par effet Joule, et à 50% par le condensateur qui l'emmagasine.

2.3 Application : décharge d'un condensateur

En régime libre le circuit n'est pas alimenté et le condensateur se décharge. On suppose qu'on ferme le circuit à la date $t = 0$ et que le condensateur est initialement chargé sous une tension E .

Faire l'étude complète de la décharge : équation différentielle vérifiée par $u_c(t)$, expression du temps caractéristique, résolution, graphe de $u_c(t)$, bilan énergétique.

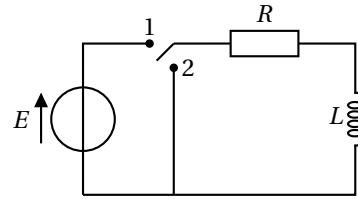


3 Circuit RL série

3.1 Introduction

Le circuit ci-contre possède un interrupteur qui permet de choisir entre deux configurations différentes :

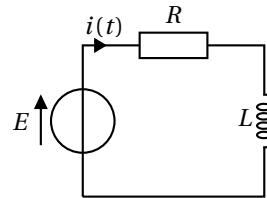
- Dans la position 1 le circuit est alimenté par le générateur et l'intensité s'établit progressivement.
- Dans la position 2 le circuit n'est pas alimenté. Dans ce cas l'intensité tend progressivement vers zéro.



Notre objectif consiste à étudier les variations de l'intensité dans le cas de l'établissement du courant, puis de la rupture du courant. On effectuera à nouveau une étude énergétique.

3.2 Établissement du courant

On étudie le circuit ci-contre, dans lequel l'intensité est initialement nulle.



3.2.1 Équation différentielle, temps caractéristique

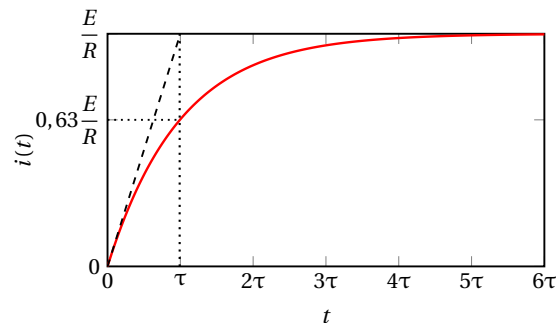
L'intensité dans le circuit est solution d'une équation différentielle linéaire du premier ordre :

$$\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = \frac{E}{L} \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{L}{R}$$

3.2.2 Résolution de l'équation différentielle

Un raisonnement analogue à celui utilisé pour le circuit RC série conduit à : $i(t) = \frac{E}{R} (1 - e^{-t/\tau})$.

3.2.3 Allure du graphe de $i(t)$



3.2.4 Bilan énergétique de la bobine entre $t = 0$ et $t = +\infty$

Travail électrique reçu par la bobine au cours du régime transitoire :

$$W_b = \frac{1}{2} Li^2(+\infty) - \frac{1}{2} Li^2(0) \Rightarrow W_b = \frac{LE^2}{2R^2}$$

En régime permanent le générateur fournit continuellement de l'énergie au résistor, qui la dissipe en énergie thermique. **Un circuit RL série n'est donc pas du tout adapté pour stocker de l'énergie.**

3.3 Application : rupture du courant

En régime libre le circuit n'est pas alimenté. Si elle en a, la bobine cède son énergie au résistor jusqu'à ce que l'intensité s'annule. On suppose qu'à la date $t = 0$ l'intensité vaut E/R .

Faire l'étude complète du régime transitoire : équation différentielle vérifiée par $i(t)$, expression du temps caractéristique, résolution, graphe de $i(t)$, travail électrique reçu par la bobine (vérifier qu'il est négatif), travail électrique reçu par le résistor.

