DS de physique n°2

Durée : 3h

L'usage de la calculatrice est autorisé. La copie doit être propre, lisible, sans faute d'orthographe. Les pages doivent être numérotées et ***les résultats soulignés ou encadrés****. Un résultat donné sans justification, à moins que l'énoncé le précise, est considéré comme faux. Les valeurs numériques doivent être accompagnées de leur unité. Le devoir comporte 3 exercices indépendants. Dans l'exercice 1 les différentes parties sont indépendantes les unes des autres.*

Exercice 1 : Utilisation d'un appareil photographique

On rappelle les formules de conjugaison et de grandissement pour les lentilles minces :

- Relation de conjugaison de Descartes : $\boxed{\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'}}$
- Relation de conjugaison de Newton : $\boxed{\overline{FA} \times \overline{F'A'} = -f'^2}$
- Relations de grandissement : $\boxed{\gamma = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \dfrac{f'}{\overline{FA}} = -\dfrac{\overline{F'A'}}{f'}}$

Partie 1 : Objet et image

On modélise un appareil photo (**figure 1**) par l'association d'une lentille mince (L) de focale $f' = \overline{\mathrm{OF'}}$ appelée "objectif", d'un capteur (C) sur lequel on souhaite récupérer l'image et d'un diaphragme (D) placé devant la lentille.

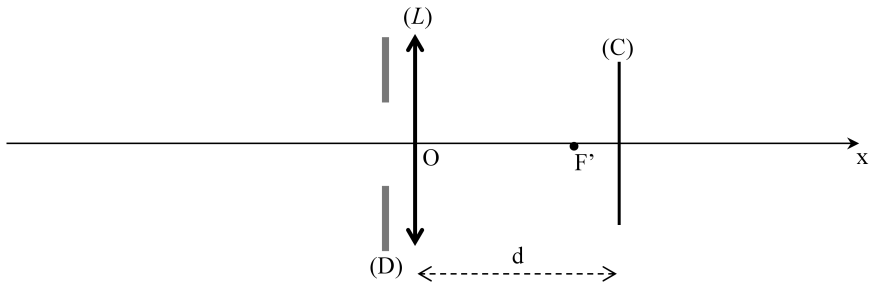

Figure 1 - Modélisation d'un appareil photo

La distance d entre (L) et (C) est réglable, grâce à un mécanisme lié à l'objectif ; elle est comprise entre $d_{\min}$ et $d_{\max}$. À l'aide de cet appareil, on souhaite former sur le capteur l'image d'un arbre de hauteur h situé à une distance L devant l'objectif.

1. a) La lentille est utilisée dans les "conditions de Gauss". Préciser en quoi elles consistent.

b) Quelle partie de l'appareil permet de s'assurer que ces conditions sont remplies ?

2. a) Faire un schéma soigné de la situation en notant AB l'objet et A'B' son image sur le capteur (A est sur l'axe et AB appartient à un plan orthogonal à l'axe). Positionner les foyers principaux et tracer au moins deux rayons lumineux issus de B pour justifier la position de l'image A'B'.

b) Exprimer la taille $\overline{\mathrm{A'B'}}$ de l'image de l'arbre sur le capteur en fonction de h, f' et L. Calculer cette taille avec $f' = 50\,\mathrm{mm}$, $h = 5\,\mathrm{m}$ et $L = 20\,\mathrm{m}$.

c) Si on suppose que le capteur a pour dimensions : $24\,\mathrm{mm} \times 36\,\mathrm{mm}$, sera-t-il possible de voir l'arbre en entier sur la photo obtenue ?

3. **a)** Que vaut d_{min}, sachant que cette distance correspond au cas où l'objet est à l'infini ?

b) La distance d ne pouvant pas dépasser d_{max}, montrer qu'il existe une distance limite notée L_{min} en dessous de laquelle il ne sera pas possible d'obtenir une image sur le capteur. Exprimer L_{min} en fonction de f' et d_{max}.

c) Calculer L_{min} avec $f' = 50\,\text{mm}$ et $d_{\text{max}} = 55\,\text{mm}$.

Partie 2 : Influence de la focale

4. **a)** On fait la mise au point à l'infini. Montrer que la lumière qui entre dans l'appareil atteint le capteur si elle se trouve dans un cône d'ouverture angulaire α appelé "champ angulaire" de l'appareil. Exprimer α en fonction de f' et de l'un des côtés ℓ du capteur.

b) Calculer les champs angulaires dans les deux directions d'un capteur de dimensions $24\,\text{mm} \times 36\,\text{mm}$. On prendra $f' = 50\,\text{mm}$.

c) La **figure 2** montre deux clichés du même objet, prises du même endroit (même distance L dans les deux cas) mais avec deux objectifs de distances focales différentes ; $f' = 50\,\text{mm}$ et $f' = 150\,\text{mm}$. Expliquer, en justifiant soigneusement le raisonnement, à quel objectif correspond chaque cliché.

Figure 2 – Influence de la distance focale sur le champ angulaire

Partie 3 : Hyperfocale

En photographie un objet qui ne se trouve pas dans le plan de mise au point peut quand même être vu net, à condition que pour chaque point de l'objet la dimension de la tâche image soit inférieure ou de l'ordre de la taille d'un pixel du capteur. On appelle **distance hyperfocale** L_H la distance de mise au point minimale qui permet de garantir que les objets à l'infini sont vus quasiment nets sur la photo (voir **figure 3**). On note δ la taille d'un pixel et D le diamètre du diaphragme.

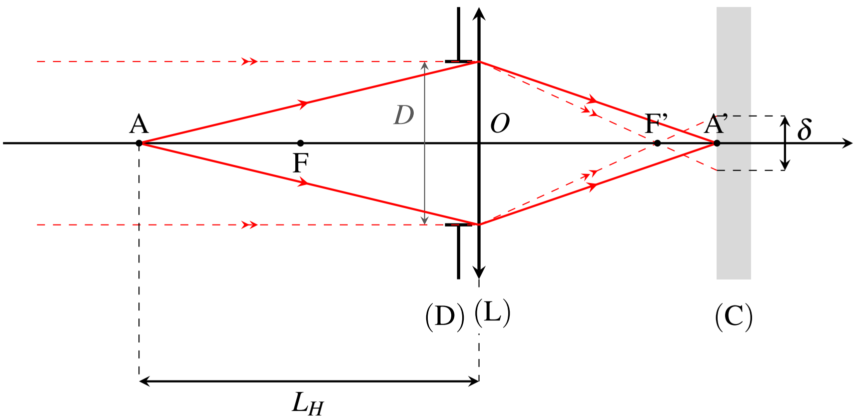

Figure 3 – Mise au point sur l'hyperfocale

5. **a)** Démontrer que $L_H = f'\left(1 + \dfrac{D}{\delta}\right)$.

b) Chaque pixel est un carré de côté δ. Le capteur a pour dimensions : $24\,\text{mm} \times 36\,\text{mm}$ et possède 30 millions de pixels. Calculer δ.

c) Calculer L_H avec $f' = 50\,\text{mm}$ et $D = f'/8$.

En photographie de paysage on souhaite généralement obtenir une impression de netteté aussi bien en arrière-plan qu'au premier plan ; pour cela il est avantageux de faire la mise au point sur l'hyperfocale plutôt que sur l'infini.

6. a) Montrer que si la mise au point est effectuée sur l'hyperfocale alors le point le plus proche qui peut être vu quasiment net sur la photo se situe à la distance $L = \frac{L_H}{2}$.

b) Sachant que l'on peut faire varier le diamètre d'ouverture du diaphragme entre $f'/1,8$ et $f'/16$, expliquer quel choix est le plus adapté à la photographie de paysage.

c) Au-delà d'une certaine limite la qualité d'une photographie se dégrade quand on ferme trop le diaphragme. Quel phénomène peut expliquer cette propriété ?

Exercice 2 : Alimentation d'un moteur

Un générateur de force électromotrice E et de résistance interne R est connecté à un moteur pour lequel on utilise également un modèle de Thévenin (voir **figure 4**). Pour les applications numériques, on prendra $E_m = 5,0\,\mathrm{V}$, $E = 15\,\mathrm{V}$, $R_m = 6,0\,\Omega$ et $R = 20\,\Omega$.

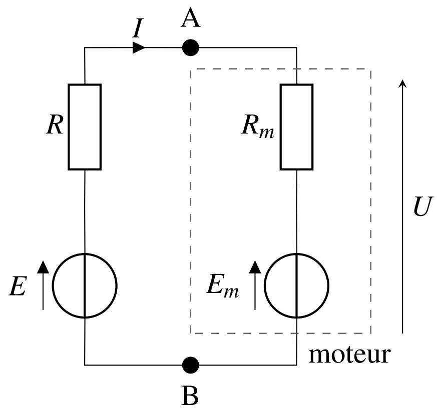

Figure 4 : Schéma du générateur alimentant un moteur électrique

1. Exprimer littéralement, en fonction de E_m, E, R_m et R :

- l'intensité I,
- la tension U,
- la puissance $\mathscr{P}_r$ reçue par le moteur (c'est-à-dire par la source idéale de tension E_m **et** la résistance R_m).

Faire ensuite les applications numériques.

2. Le moteur reçoit une puissance $\mathscr{P}_r$ du générateur mais la fraction de cette puissance qui est effectivement convertie en énergie mécanique s'identifie à la puissance $\mathscr{P}_m$ consommée par la source idéale de tension E_m **seule** (le reste étant dissipé par effet Joule dans R_m). Calculer $\mathscr{P}_m$ puis le rendement $\eta = \frac{\mathscr{P}_m}{\mathscr{P}_r}$ du moteur.

Dans les questions qui suivent on considère que la valeur de E_m peut être modifiée librement.

3. Sachant que le moteur ne fonctionne qu'à condition de recevoir de l'énergie électrique ($\mathscr{P}_r > 0$), quelle est la valeur maximale que l'on peut donner à E_m ?

4. Étudier les variations de la fonction $E_m \mapsto \mathscr{P}_m(E_m)$ (tous les autres termes étant constants) et montrer que cette puissance motrice devient maximale lorsque $E_m = \frac{E}{2}$.
Calculer la puissance motrice maximale $\mathscr{P}_{\mathrm{m,max}}$ qu'il est possible d'obtenir.

5. Montrer que la fonction $E_m \mapsto \eta(E_m)$ est croissante. Calculer le rendement maximal qu'il est possible d'obtenir, la condition de la question **8** étant remplie. Quelle est alors la valeur de $\mathscr{P}_m$? Cette configuration est-elle souhaitable ?

Exercice 3 : Décharge d'un condensateur dans un autre condensateur

On considère le montage de la figure 5 dans lequel un générateur est une source idéale de tension E constante, avec $R = 1\,\mathrm{k}\Omega$ et $C_0 = 10\,\mathrm{nF}$. Initialement les circuits sont ouverts (interrupteur K en position milieu) et les condensateurs sont déchargés. À l'instant initial $t = 0$ on ferme K en position 1.

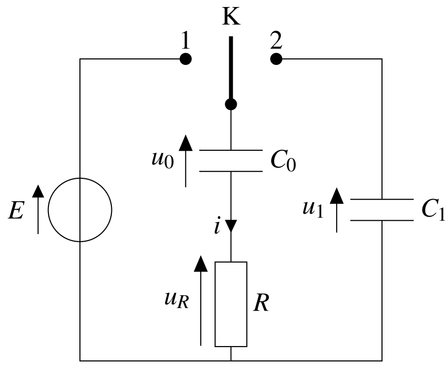

Figure 5 : Montage à deux condensateurs

1. Faire un schéma simplifié du circuit quand K est en position 1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_0(t)$ au bornes du condensateur de capacité C_0. Déterminer littéralement et numériquement la constante de temps τ_0.
2. Déterminer $u_0(t)$ à tout instant $t > 0$ et tracer l'allure de son graphe.
3. Exprimer le travail électrique W_0 reçu par le condensateur C_0 au cours de ce régime transitoire.

Le régime permanent étant atteint, on bascule K en position 2 à un instant pris comme nouvelle origine temporelle $t = 0$.

4. Faire un schéma simplifié du circuit quand K est en position 2. En écrivant la loi d'évolution des deux condensateurs montrer que $C_0u_0(t) + C_1u_1(t)$ ne dépend pas du temps. Déterminer la valeur de cette constante à partir des conditions initiales.
5. Montrer que $u_0(t)$ est solution de l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\mathrm{d}u_0}{\mathrm{d}t} + \frac{C_0 + C_1}{RC_0C_1}u_0 = \frac{E}{RC_1}$$

6. Déterminer, sans nécessairement résoudre complètement l'équation, les valeurs $u_0(\infty)$ et $u_1(\infty)$ en régime permanent.
7. Déterminer pour ce régime transitoire le travail électrique W_0' fourni par le condensateur C_0, le travail électrique W_1 reçu par le condensateur C_1 et le travail électrique W_R reçu par le résistor.
8. Le condensateur C_1 est en fait le condensateur équivalent à N condensateurs de même capacité C_0 placés en dérivation. Exprimer le rapport $r = W_1/W_0$ en fonction de N. Faire l'application numérique pour $N = 9$.