

Corrigé DM8

Exercice 1 : Ascenseur

1. On choisit comme repère un axe cartésien (Oz) vertical ascendant. On pose que l'ascenseur démarre son mouvement à $t = 0$ dans la position initiale $z = 0$.

- Dans la première phase du mouvement l'accélération est constante : $\ddot{z} = a_a = \text{Cste}$.
- On intègre : $\dot{z} = a_a t$ (la vitesse initiale est nulle).
- On intègre à nouveau : $z = \frac{1}{2} a_a t^2$ (la position initiale est nulle).

La vitesse de l'ascenseur pendant sa phase de mouvement uniforme correspond à celle qu'il obtient à la fin de la première phase : $v_u = \dot{z}(t_a) = a_a t_a = 6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$



2. On pose une nouvelle origine des temps $t = 0$ à l'instant où commence la phase de décélération.

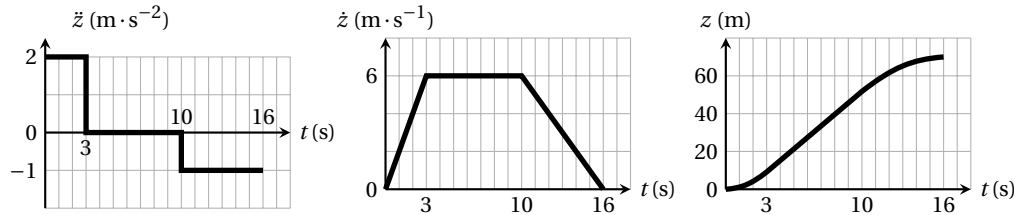
- Pendant cette dernière phase la décélération est constante : $\ddot{z} = -a_d = \text{Cste}$.
- On intègre : $\dot{z} = -a_d t + v_u$ (la vitesse initiale, pour cette phase, vaut v_u).

L'ascenseur s'arrête au bout d'un temps t_d tel que : $\dot{z}(t_d) = 0 \iff t_d = \frac{v_u}{a_d} = 6 \text{ s}$.

3. On calcule la distance parcourue dans chaque phase du mouvement :

- Première phase : $d_a = z(t_a) = \frac{1}{2} a_a t_a^2 = 9 \text{ m}$.
- Deuxième phase : $d_u = v_u t_u = 42 \text{ m}$.
- Troisième phase : par intégration on trouve $z(t) = -\frac{1}{2} a_d t^2 + v_u t$. La distance parcourue pendant cette phase vaut $d_d = z(t_d) = -\frac{1}{2} a_d t_d^2 + v_u t_d = \frac{v_u^2}{2a_d} = 18 \text{ m}$. On conclut que : $d_{\text{tot}} = d_a + d_u + d_d = 69 \text{ m}$.

4. On trace ci-dessous les trois graphes.

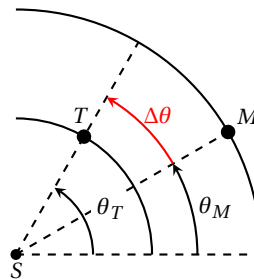


Exercice 2 : Période synodique de Mars

On représente schématiquement les orbites de la Terre et de Mars. On définit l'origine des temps et des angles lorsque La Terre et Mars sont en opposition. On s'intéresse à l'écart angulaire entre les deux planètes $\Delta\theta = \theta_T(t) - \theta_M(t)$. Pour $t > 0$ la Terre et Mars reviennent pour la première fois en opposition lorsque $\Delta\theta = 2\pi$.

La Terre et Mars avancent à vitesse angulaire constante sur leur orbite : $\dot{\theta}_T = 2\pi/T_T$ et $\dot{\theta}_M = 2\pi/T_M$. Par intégration et sachant que $\theta_T(0) = \theta_M(0) = 0$ on trouve : $\theta_T(t) = \frac{2\pi}{T_T} t$; $\theta_M(t) = \frac{2\pi}{T_M} t$. On en déduit l'expression de la période synodique T_{syn} :

$$\Delta\theta(T_{\text{syn}}) = 2\pi \iff \left(\frac{2\pi}{T_T} - \frac{2\pi}{T_M} \right) T_{\text{syn}} = 2\pi \iff T_{\text{syn}} = \frac{T_M T_T}{T_M - T_T} = 779 \text{ jours}$$



Exercice 1 : Ascenseur

1. On choisit comme repère un axe cartésien (Oz) vertical ascendant. On pose que l'ascenseur démarre son mouvement à $t = 0$ dans la position initiale $z = 0$.

- Dans la première phase du mouvement l'accélération est constante : $\ddot{z} = a_a = \text{Cste}$.
- On intègre : $\dot{z} = a_a t$ (la vitesse initiale est nulle).
- On intègre à nouveau : $z = \frac{1}{2} a_a t^2$ (la position initiale est nulle).

La vitesse de l'ascenseur pendant sa phase de mouvement uniforme correspond à celle qu'il obtient à la fin de la première phase : $v_u = \dot{z}(t_a) = a_a t_a = 6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$



2. On pose une nouvelle origine des temps $t = 0$ à l'instant où commence la phase de décélération.

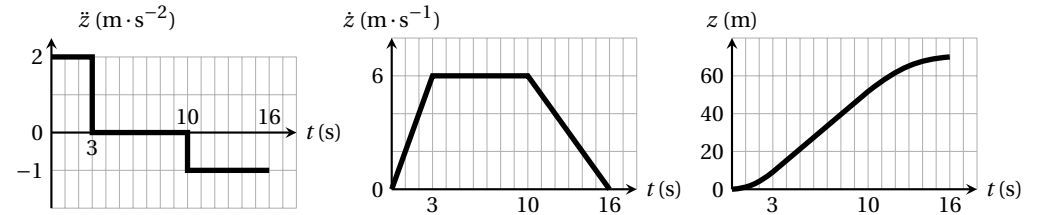
- Pendant cette dernière phase la décélération est constante : $\ddot{z} = -a_d = \text{Cste}$.
- On intègre : $\dot{z} = -a_d t + v_u$ (la vitesse initiale, pour cette phase, vaut v_u).

L'ascenseur s'arrête au bout d'un temps t_d tel que : $\dot{z}(t_d) = 0 \iff t_d = \frac{v_u}{a_d} = 6 \text{ s}$.

3. On calcule la distance parcourue dans chaque phase du mouvement :

- Première phase : $d_a = z(t_a) = \frac{1}{2} a_a t_a^2 = 9 \text{ m}$.
- Deuxième phase : $d_u = v_u t_u = 42 \text{ m}$.
- Troisième phase : par intégration on trouve $z(t) = -\frac{1}{2} a_d t^2 + v_u t$. La distance parcourue pendant cette phase vaut $d_d = z(t_d) = -\frac{1}{2} a_d t_d^2 + v_u t_d = \frac{v_u^2}{2a_d} = 18 \text{ m}$. On conclut que : $d_{\text{tot}} = d_a + d_u + d_d = 69 \text{ m}$.

4. On trace ci-dessous les trois graphes.



Exercice 2 : Période synodique de Mars

On représente schématiquement les orbites de la Terre et de Mars. On définit l'origine des temps et des angles lorsque La Terre et Mars sont en opposition. On s'intéresse à l'écart angulaire entre les deux planètes $\Delta\theta = \theta_T(t) - \theta_M(t)$. Pour $t > 0$ la Terre et Mars reviennent pour la première fois en opposition lorsque $\Delta\theta = 2\pi$.

La Terre et Mars avancent à vitesse angulaire constante sur leur orbite : $\dot{\theta}_T = 2\pi/T_T$ et $\dot{\theta}_M = 2\pi/T_M$. Par intégration et sachant que $\theta_T(0) = \theta_M(0) = 0$ on trouve : $\theta_T(t) = \frac{2\pi}{T_T} t$; $\theta_M(t) = \frac{2\pi}{T_M} t$. On en déduit l'expression de la période synodique T_{syn} :

$$\Delta\theta(T_{\text{syn}}) = 2\pi \iff \left(\frac{2\pi}{T_T} - \frac{2\pi}{T_M} \right) T_{\text{syn}} = 2\pi \iff T_{\text{syn}} = \frac{T_M T_T}{T_M - T_T} = 779 \text{ jours}$$

