

Chapitre 11 : Mouvements dans les champs \vec{E} et \vec{B} uniformes et stationnaires

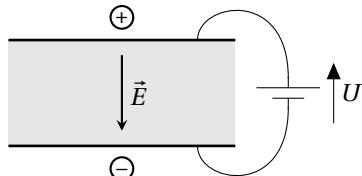
1 Force électrique

1.1 Notion de champ électrique

Champ électrique

- Tout système qui possède **une charge électrique** crée autour de lui un champ électrique \vec{E} .
- Un champ électrique mesure la capacité, pour le système qui le crée, **d'attirer ou de repousser une autre charge électrique située dans son voisinage**.
- Un champ électrique s'exprime en **volt par mètre ($V \cdot m^{-1}$)**.
- Un champ électrique est **stationnaire** s'il est **indépendant du temps** (on parle aussi de champ *electrostatique*).
- Un champ électrique est **uniforme** s'il est **indépendant de la position** dans l'espace.

L'un des moyens les plus classiques pour créer un champ électrostatique uniforme consiste à **appliquer une tension U constante entre deux électrodes planes**, à l'aide d'un générateur électrique. Le champ électrique est stationnaire et uniforme entre les électrodes et quasi-nul en dehors des électrodes.



Sens du champ électrique

Entre deux électrodes le champ électrique est dirigé **vers celle qui possède le potentiel électrique le plus faible** (électrode Θ).

1.2 Force électrique

Force électrique

Une charge q plongée dans un champ électrique extérieur \vec{E} est soumise à la force :

$$\vec{F}_{\text{el}} = q\vec{E}$$

Cette force peut être utilisée pour accélérer, ralentir ou dévier la trajectoire d'une particule chargée (voir en page suivante).

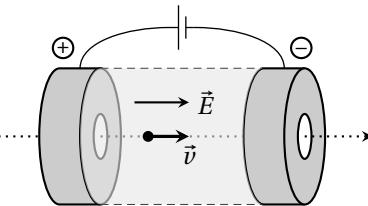


Figure 1 : accélération d'une particule chargée

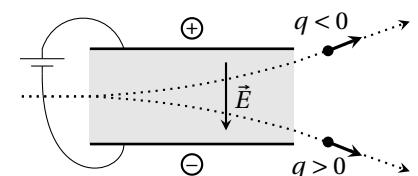


Figure 2 : déviation d'une particule chargée

Sens de la force électrique

Le sens de la force électrique **dépend du signe de la charge** qui subit la force :

- \vec{F}_{el} est de même sens que \vec{E} pour une charge positive ;
- \vec{F}_{el} est de sens contraire à \vec{E} pour une charge négative.

Il existe un autre critère, équivalent, qui permet de déterminer le sens de la force électrique subie par une particule chargée :

- une particule de charge négative est attirée vers l'électrode \oplus .
- une particule de charge positive est attirée vers l'électrode \ominus .

Par exemple sur la figure 1 la particule est accélérée si $q > 0$ et freinée si $q < 0$. On peut également vérifier sur la figure 2 que le sens de déviation est bien cohérent.

Remarque : À l'échelle microscopique (électron, noyau, ion), **le poids est négligeable devant la force électrique**.

1.3 Potentiel électrique

Potentiel électrique

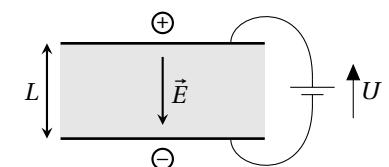
Dans un champ électrique **stationnaire** on définit le potentiel électrique $V(M)$ en un point M de l'espace par la relation :

$$\vec{E}(M) = -\overrightarrow{\text{grad}} V(M)$$

Relation entre champ électrique et tension

Considérons le champ électrique **stationnaire** et **uniforme** \vec{E} créé entre deux électrodes distantes de L , entre lesquelles on impose une tension U . Le champ électrique produit entre les électrodes est tel que :

$$|U| = \|\vec{E}\|L$$



Par exemple si l'on impose une tension de 10V entre deux électrodes distantes de 5cm alors on obtient un champ électrique égal à $\frac{10}{0,05} = 200 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$.

1.4 Énergie potentielle et travail de la force électrique

Énergie potentielle électrique

La force exercée par un champ électrique **stationnaire** sur une particule chargée est **conservative** et son énergie potentielle en un point M de l'espace vaut :

$$E_p(M) = qV(M)$$

Remarque : Si une particule se déplace uniquement sous l'effet de la force électrique, **son énergie mécanique est constante** : $E = \frac{1}{2}mv^2 + qV = \text{Cste}$.

Travail de la force électrique

Il existe deux manières d'exprimer le travail de la force électrique qui s'exerce sur un charge q en mouvement de A vers B :

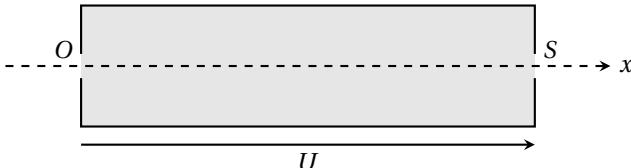
- Avec le champ électrique : Dans un champ stationnaire et uniforme la force électrique est constante donc :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{\text{el}}) = q\vec{E} \cdot \vec{AB}$$

- Avec une différence de potentiel : La force électrique est conservative donc :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{\text{el}}) = -\Delta_{A \rightarrow B} E_p = q[V(A) - V(B)]$$

1.5 Application : accélérateur linéaire de particule



Un proton est injecté en O , avec une vitesse négligeable, à l'intérieur d'un accélérateur linéaire de particule dans lequel règne un champ électrique $\vec{E} = E\hat{u}_x$ stationnaire et uniforme. Il ressort de l'accélérateur en S . L'accélérateur a une longueur $L = OS = 200\text{m}$ et l'on impose entre les deux extrémités une tension $|U| = 1,0 \cdot 10^6 \text{V}$.

Données : charge élémentaire : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, masse du proton : $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

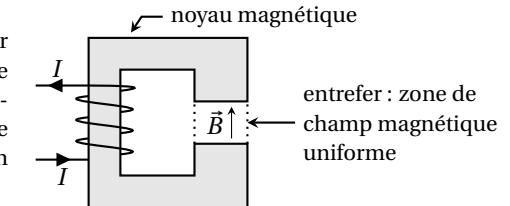
1. Quel doivent être les signes de E et U pour que le proton soit accéléré vers S ? Calculer E .
2. Déterminer l'équation du mouvement du proton. En déduire la durée du mouvement dans l'accélérateur ainsi que sa vitesse à la sortie.
3. Retrouver la vitesse de sortie à l'aide d'un bilan énergétique.

2 Force magnétique

Notion de champ magnétique

Champ magnétique

- Un champ magnétique peut être créé par **des courants électriques** ou bien par des **aimants**. On peut également combiner les deux et obtenir un **electroaimant**.
- Un champ magnétique mesure la capacité, pour le système qui le crée, **de dévier la trajectoire d'une charge électrique en mouvement dans son voisinage**.
- Un champ magnétique s'exprime en **tesla (T)**.



Force magnétique

Force magnétique

Une charge q plongée dans un champ magnétique extérieur \vec{B} est soumise à la force :

$$\vec{F}_{\text{mag}} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

Cette force est perpendiculaire à \vec{v} et à \vec{B} . On détermine son sens avec la règle des trois doigts de la main droite. **ATTENTION** : le sens dépend du signe de la charge q .

Cette force est généralement utilisée pour courber la trajectoire d'une particule chargée.

Remarque : À l'échelle microscopique (électron, noyau, ion), **le poids est négligeable devant la force magnétique**.

Puissance de la force magnétique

La force magnétique est orthogonale au mouvement donc sa puissance est nulle : $\mathcal{P}_{\text{mag}} = \vec{F}_{\text{mag}} \cdot \vec{v} = 0$.

Remarque : Si une particule se déplace uniquement sous l'effet de la force magnétique, **son énergie cinétique est constante**. En effet d'après le théorème de la puissance cinétique : $\frac{dE_c}{dt} = \mathcal{P}_{\text{mag}} = 0 \forall t$.

Effet de la force magnétique

Contrairement à un champ électrique, un champ magnétique **ne permet pas de modifier l'énergie cinétique** d'une particule chargée. Il peut en revanche **courber** sa trajectoire.

2.4 Application : mouvement dans un champ magnétostatique uniforme

Une particule de masse m , de charge électrique q est lancée depuis l'origine d'un repère ($Oxyz$), dans un champ magnétostatique uniforme $\vec{B} = B\vec{u}_z$ ($B > 0$) avec une vitesse initiale orthogonale au champ magnétique $\vec{v}_0 = v_0\vec{u}_x$.

1. Montrer que le mouvement est uniforme.
2. Établir les équations du mouvement vérifiées par les coordonnées (v_x, v_y, v_z) du vecteur vitesse.
3. Montrer que le mouvement est contenu dans le plan (Oxy).
4. Établir les équations horaires du mouvement $(x(t), y(t))$. En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire et justifier qu'elle est circulaire, avec un rayon R que l'on exprimera en fonction de m , v_0 , $|q|$ et B .
5. Exprimer la période T du mouvement.
6. Tracer l'allure de la trajectoire suivant que la charge q est positive ou négative.

Propriétés de la trajectoire

Une particule de masse m et charge q , plongée dans un champ magnétique stationnaire et uniforme \vec{B} , lancée avec une vitesse \vec{v}_0 orthogonale au champ, suit **une trajectoire circulaire** :

$$\text{de rayon } R = \frac{mv_0}{|q|B} \quad \text{et de période } T = \frac{2\pi m}{|q|B}$$

3 Association d'un champ électrique et d'un champ magnétique : deux applications concrètes

3.1 Spectromètre de masse

Un spectromètre de masse est un appareil qui permet d'analyser un échantillon de matière pour déterminer sa composition. Les différents constituants sont séparés en fonction de leur rapport **masse sur charge** $\frac{m}{|q|}$. Il est constitué :

- d'une chambre d'ionisation, dans laquelle l'échantillon est vaporisé et ionisé ;
- d'une chambre d'accélération (entre les fentes F_1 et F_2 , voir figure en page suivante) dans laquelle les ions sont accélérés par un champ électrostatique uniforme ;
- d'une chambre de déviation dans laquelle les ions sont déviés par un champ magnétostatique uniforme, perpendiculaire à leur trajectoire, en direction d'un détecteur.

Le rayon de la trajectoire circulaire dépend du rapport $\frac{m}{|q|}$ de l'ion. Ainsi ce système permet de distinguer les constituants de l'échantillon les uns des autres et donc d'en faire l'analyse. Il est notamment possible de séparer les **différents isotopes** d'un même élément chimique. La résolution d'un spectromètre de masse (c'est-à-dire sa faculté à séparer des constituants de masses proches) dépend de l'intensité du champ magnétostatique. En effet plus le champ magnétique est intense et plus les trajectoires de différents constituants sont écartées les unes des autres, donc plus il est facile de les séparer. **La résolution de l'appareil est donc d'autant meilleure que le champ magnétique est intense.** À l'heure actuelle on utilise des champs de l'ordre de 10 à 20 T.

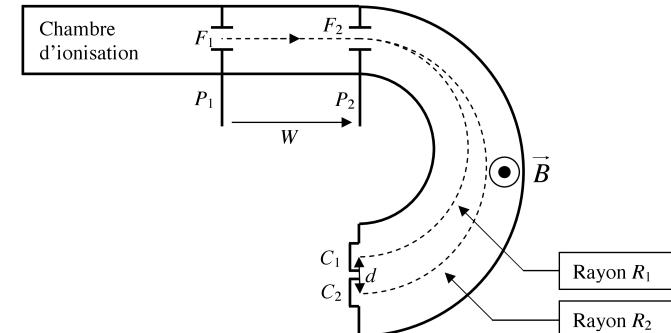


Schéma de principe d'un spectromètre de masse

3.2 Cyclotron

Le cyclotron est un modèle d'accélérateur de particules de taille modeste (quelques mètres de diamètre). À l'heure actuelle on les trouve essentiellement dans des hôpitaux où il sont utilisés pour produire des isotopes radioactifs de certains éléments chimiques (oxygène 15, carbone 11, fluor 18) qui présentent un intérêt en imagerie médicale ou en radiothérapie (*protonthérapie*).

- Un cyclotron est formé de deux demi-cylindres creux et mis sous vide D_1 et D_2 dénommés *dees* et séparés par un intervalle étroit. Un champ magnétostatique uniforme \vec{B} règne à l'intérieur des *dees*, créé par un électroaimant.
- Un champ électrique uniforme mais non stationnaire $\vec{E}(t)$ est établi dans l'intervalle étroit qui sépare les *dees* en appliquant entre les *dees* une tension alternative sinusoïdale $u(t)$.
- Les particules chargées sont injectées au centre du cyclotron avec une faible vitesse. Le champ électrique les fait accélérer (trajectoire rectiligne entre les *dees*) tandis que le champ magnétique leur fait faire demi-tour (trajectoire suivant un demi-cercle à l'intérieur d'un *dee*).
- On observe une trajectoire **en spirale**, la particule étant accélérée à chaque passage entre les *dees*. Une fois qu'elle atteint une vitesse suffisante la particule est extraite du cyclotron.

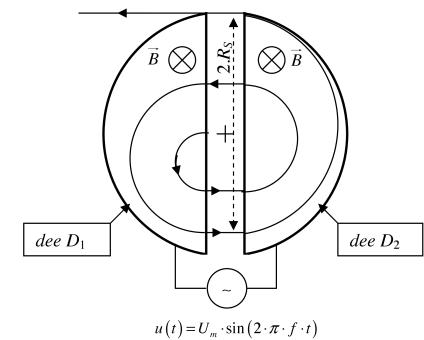
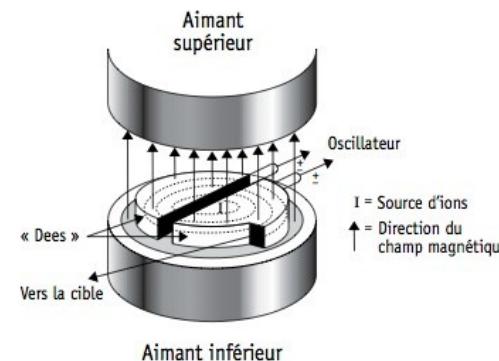


Schéma de principe d'un cyclotron

Pulsation cyclotron

Pour que le cyclotron fonctionne correctement le champ électrique accélérateur doit osciller avec une certaine pulsation appelée *pulsion cyclotron* :

$$\omega_c = \frac{|q|B}{m}$$

avec q la charge de la particule et m sa masse. La fréquence associée est typiquement de l'ordre de quelques dizaines de MHz (on utilise un générateur haute fréquence).

Remarque : Les cyclotrons permettent d'atteindre des énergies de l'ordre de la centaine de MeV, soit 10^8 eV (rappel : $1\text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{ J}$). Pour obtenir des énergies supérieures on utilise des accélérateurs de type *synchrocyclotrons* ou bien *synchrotrons*.

À l'heure actuelle l'accélérateur de particule le plus puissant au monde est le LHC (*Large Hadron Colider*) du CERN. C'est un synchrotron qui permet d'atteindre des énergies de l'ordre de 7 TeV par particule ($7 \cdot 10^{12}$ eV).