SUIS-JE AU POINT ?

Chapitre 10 : Énergétique

Une information utile, mais pas à mémoriser par cœur.
Une définition/formule à connaître PAR CŒUR.
Un savoir-faire à acquérir.
TD Un exercice du TD pour s'entraîner.

1 Théorème de l'énergie cinétique

1.1 Travail d'une force

1.1.1 Travail élémentaire

Définir le travail élémentaire d'une force $\vec{F}$ qui s'exerce sur un système mécanique au cours d'un déplacement élémentaire $d\vec{r}$.

La force est **motrice** si elle est orientée dans le sens du mouvement du système ($\delta W > 0$). Elle est **résistante** si elle s'oppose au mouvement ($\delta W < 0$). Elle ne travaille pas si elle est orthogonale au mouvement ($\delta W = 0$).

1.1.2 Travail fini entre deux points d'une trajectoire

Donner l'expression du travail d'une force $\vec{F}$, entre deux points A et B d'une trajectoire $(\mathcal{C})$ suivi par un point matériel.

1.2 Puissance d'une force

Définir la puissance d'une force $\vec{F}$.

1.3 Théorème de la puissance et de l'énergie cinétique

Énoncer le théorème de la puissance cinétique et le théorème de l'énergie cinétique (ne pas oublier de préciser qu'ils s'appliquent uniquement **dans un référentiel galiléen**).

La variation de l'énergie cinétique d'un point matériel au cours de son mouvement dépend des travaux de **toutes les forces extérieures** (conservatives et non conservatives).

Une force motrice contribue à faire augmenter l'énergie cinétique, une force résistante à la faire diminuer. Une force qui ne travaille ne contribue pas à modifier l'énergie cinétique.

À partir du PFD, établir le théorème de la puissance cinétique pour un point matériel en mouvement puis établir le théorème de l'énergie cinétique.

Le PFD et le TEC sont deux outils différents mais équivalents. Pour étudier le mouvement d'un point matériel, on aura **toujours le choix** d'utiliser soit l'un, soit l'autre.
Le TEC est très pratique dès lors que l'on veut déterminer une relation entre **la vitesse du système et sa position**.

1.4 Application

Calculer le travail :
• du poids : $W_{A\to B}(\vec{P}) = \pm mgh$;
• d'une force $\vec{F}$ constante (mouvement rectiligne et $\vec{F}$ colinéaire au déplacement) : $W_{A\to B} = \pm\|\vec{F}\|L$;
• de la réaction normale d'un support/tension d'un fil : $W_{A\to B}(\vec{N}) = W_{A\to B}(\vec{T}) = 0$ car ces forces dont toujours orthogonales au déplacement.

À partir du TEC, calculer la distance parcourue par un solide lancé sur un plan incliné avec une vitesse initiale v_0, avant de s'arrêter, dans le cas où l'on néglige tout frottement.

2 Force conservative, énergie potentielle

2.1 Opérateur gradient

Si $G(\vec{r})$ est une fonction dépendant des coordonnées d'espace alors, suite à un déplacement élémentaire $\mathrm{d}\vec{r}$, la fonction varie de $\mathrm{d}G = \overrightarrow{\mathrm{grad}}\, G \cdot \mathrm{d}\vec{r}$.

Connaître l'expression du gradient :
- pour un mouvement rectiligne selon (Ox) : $\overrightarrow{\mathrm{grad}} E_p = \frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}x}\vec{u}_x$;
- pour un mouvement circulaire de rayon r : $\overrightarrow{\mathrm{grad}} E_p = \frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}\theta}\vec{u}_\theta$.

2.2 Définitions

Définir ce qu'est une force conservative (*une force à laquelle on peut associer une fonction **énergie potentielle** $E_p(\vec{r})$, qui dépend de la **position du système**, et qui est telle que : $\vec{F} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, E_p$*).

2.3 Travail d'une force conservative

Énoncer la relation entre la variation d'énergie potentielle d'un système, entre deux points A et B d'une trajectoire, et les travaux des forces conservatives.

Le travail d'une force conservative entre deux points A et B d'une trajectoire **est indépendant du chemin suivi** entre ces deux points.

2.4 Énergie potentielle de pesanteur

Connaître l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur pour un mouvement décrit à l'aide d'un axe (Oz) vertical ascendant ou descendant (attention au signe!).

Établir l'expression de cette énergie potentielle.

Une énergie potentielle est toujours définie **à une constante près**, qui peut être choisie arbitrairement. Autrement dit, on peut décider arbitrairement d'un lieu qui sert de **référence** pour l'énergie potentielle (c'est-à-dire l'endroit où l'énergie potentielle est choisie nulle).

Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur pour un pendule simple, en fonction de θ.

2.5 Énergie potentielle élastique

Connaître l'expression générale de l'énergie potentielle élastique en fonction de la longueur du ressort.

Établir l'expression de cette énergie potentielle **dans le cas 1D uniquement**.

2.6 Forces non conservatives

Une force est conservative si **elle dépend au maximum de la position du système**.

Une force qui dépend de la vitesse (frottements fluide, réaction tangentielle) ou de l'accélération (réaction normale, tension d'un fil) est **non conservative**. Leur travail entre deux points A et B dépend du chemin suivi.

Une force qui est orthogonale au mouvement à tout instant ne travaille pas (réaction normale d'un support, tension du fil d'un pendule simple).

3 Énergie mécanique

3.1 Définition

Définir l'énergie mécanique d'un système en mouvement.

3.2 Théorème de l'énergie mécanique

Énoncer le théorème de l'énergie mécanique et de la puissance mécanique.

La variation de l'énergie mécanique d'un point matériel au cours de son mouvement dépend uniquement des travaux des **forces non conservatives**.

3.3 Conservation de l'énergie mécanique

La conservation de l'énergie mécanique permet d'écrire une **intégrale première du mouvement** (c'est-à-dire une équation qui, quand on la dérive par rapport au temps, permet d'obtenir l'équation du mouvement).

La conservation de l'énergie mécanique est couramment utilisée pour :
• déterminer une relation entre vitesse et position,
• déterminer la position du système pour laquelle la vitesse s'annule.

✍ Trouver la hauteur d'un lancer vertical sans frottement à l'aide de la conservation de l'énergie mécanique (après l'avoir justifié).

✍ Établir une intégrale première du mouvement et la dériver par rapport au temps pour obtenir une équation différentielle du second ordre.

4 Mouvement d'un système conservatif à un degré de liberté dans un champ d'énergie potentielle

4.1 Lecture d'un graphe d'énergie potentielle

✍ Sur un diagramme d'énergie potentielle, la valeur de l'énergie mécanique étant connue, identifier les positions d'équilibre et les points d'arrêt. En un point quelconque, représenter l'énergie cinétique, et déterminer le sens de la force qui s'exerce sur le système. Comparer l'intensité de la force en deux points distincts (*L'intensité de la force est proportionnelle à la pente de $E_p(x)$ en valeur absolue*).

4.2 Zones interdites

Les seuls points de l'espace qui peuvent *éventuellement* être atteint par le système sont ceux pour lesquels $E_p \leq E$. Les autres se trouvent dans des ☢☠ ZONES INTERDITES ☠☢

✍ Sur un diagramme d'énergie potentielle fourni, la valeur de l'énergie mécanique étant connue, identifier les zones interdites.

4.3 Puits de potentiel

Dans un puits de potentiel, le mouvement est **borné** et **périodique**.

♥ Savoir qu'un puits de potentiel **harmonique** est décrit par une énergie potentielle **parabolique** : $E_p(x) = \frac{1}{2}m\omega_0^2(x-x_0)^2$ avec x_0 la position d'équilibre.

4.4 Position d'équilibre, stabilité

✍ Sur un diagramme d'énergie potentielle, identifier les positions d'équilibres (*extrema*). Distinguer les positions d'équilibre stables (*minima*) et instables (*maxima*).

✍ Faire le lien entre le caractère stable ou instable d'une position d'équilibre et le signe de la dérivée seconde de l'énergie potentielle en ce point.

4.5 Petits mouvements au voisinage d'une position d'équilibre stable

4.5.1 Développement d'une fonction en série de Taylor

Au voisinage de x_0, toute fonction $f(x)$ (supposée continue et infiniment dérivable en ce point) peut être approchée par un polynôme de degré arbitraire (plus le degré du polynôme est élevé et meilleure est l'approximation).
Le développement de Taylor à l'ordre n de la fonction f donne l'expression du polynôme de degré n qui approche le mieux la fonction f au voisinage de x_0.

✍ Savoir écrire un développement de Taylor **à l'ordre 2**.

4.5.2 Cas de la fonction énergie potentielle

Pour étudier un système mécanique qui a un mouvement de petite amplitude autour d'une position d'équilibre stable, on approche la fonction $E_p(x)$ par son **développement de Taylor à l'ordre 2**. Celui-ci est analogue à l'énergie potentielle d'un **oscillateur harmonique**.

On en déduit que **tout mouvement de petite amplitude autour d'une position d'équilibre stable est (approximativement) un mouvement d'oscillations harmoniques**.

4.5.3 Équation approchée du mouvement au voisinage d'une position d'équilibre stable

À partir du développement à l'ordre 2 de $E_p(x)$, calculer la force $F_x(x)$ qui s'exerce sur le système puis montrer que l'équation du mouvement est celle d'un oscillateur harmonique. En déduire la pulsation des petites oscillations.