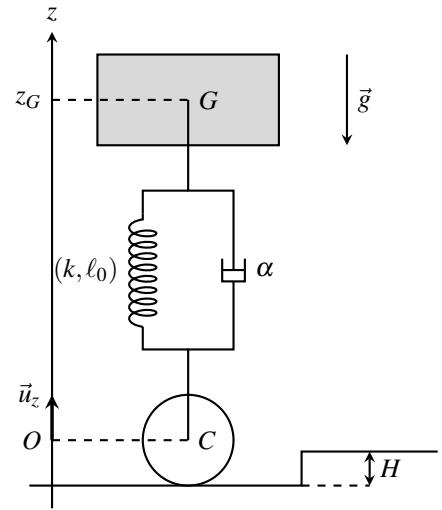


DM de physique n° 13

Exercice : Oscillations amorties mécaniques

La suspension d'un véhicule relie une roue, de centre C , à l'habitacle, de masse totale $M = 1000$ kg et de centre d'inertie G . On suppose que l'axe CG reste toujours vertical. On modélise la suspension par l'association d'un ressort de raideur k , de longueur à vide ℓ_0 et d'un amortisseur qui s'oppose au déplacement relatif de l'habitacle et de la roue en exerçant sur l'habitacle une force proportionnelle à la vitesse, de constante d'amortissement α . Le mouvement vertical de l'habitacle est repéré par un axe (Oz) descendant. La résultante des forces exercées par la suspension sur l'habitacle s'écrit sous la forme :

$$\vec{F} = -k(z_G - z_C - \ell_0)\vec{u}_z - \alpha \left(\frac{dz_G}{dt} - \frac{dz_C}{dt} \right) \vec{u}_z$$



Dans la première phase du mouvement, le véhicule roule à vitesse constante sur une route plane et horizontale. L'origine de l'axe (Oz) est défini de telle manière que $z_C = 0$ pendant cette première phase. À une date $t = 0$, la roue rencontre une marche de hauteur H . On fait l'hypothèse que l'altitude du point C passe instantanément de $z = 0$ à $z = H$ (on néglige la taille de la roue). Dans la deuxième phase du mouvement, le véhicule poursuit son mouvement à vitesse constante sur une route plane et horizontale. L'objectif de cet exercice est d'étudier le mouvement de l'habitacle pour $t > 0$.

1. Exprimer la position d'équilibre z_{eq} du point G , dans la deuxième phase du mouvement, en fonction de H , ℓ_0 , M , g et k .
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par z_G .
3. On pose $Z = z_G - z_{\text{eq}}$. Quelle est l'équation différentielle vérifiée par Z ?
4. Le constructeur a choisi les paramètres de la suspension de manière à ce que le mouvement de l'habitacle après un obstacle soit le plus court possible lorsque le véhicule roule à vide. Exprimer dans ce cas α en fonction de k et M .
5. Le même véhicule transporte désormais quatre personnes, de masse totale $m = 300$ kg. Quel est le régime d'amortissement ? Exprimer la pseudo-période T en fonction de k , m et M .
6. Pour qu'une voiture soit confortable, il faut que les oscillations résultant d'un défaut de la route aient une période adaptée à l'organisme humain, comme par exemple la période de marche qui vaut environ une seconde. Calculer la raideur du ressort k et en déduire celle de α , du facteur de qualité Q et de la durée τ du régime transitoire.