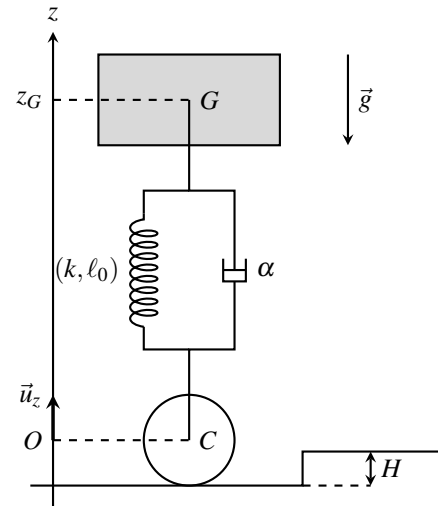


## DM de physique n° 13

### Exercice : Oscillations amorties mécaniques

La suspension d'un véhicule relie une roue, de centre  $C$ , à l'habitacle, de masse totale  $M = 1000$  kg et de centre d'inertie  $G$ . On suppose que l'axe  $CG$  reste toujours vertical. On modélise la suspension par l'association d'un ressort de raideur  $k$ , de longueur à vide  $\ell_0$  et d'un amortisseur qui s'oppose au déplacement relatif de l'habitacle et de la roue en exerçant sur l'habitacle une force proportionnelle à la vitesse, de constante d'amortissement  $\alpha$ . Le mouvement vertical de l'habitacle est repéré par un axe  $(Oz)$  ascendant. La résultante des forces exercées par la suspension sur l'habitacle s'écrit sous la forme :

$$\vec{F} = -k(z_G - z_C - \ell_0)\vec{u}_z - \alpha \left( \frac{dz_G}{dt} - \frac{dz_C}{dt} \right) \vec{u}_z$$



Dans la première phase du mouvement, le véhicule roule à vitesse constante sur une route plane et horizontale. L'origine de l'axe  $(Oz)$  est défini de telle manière que  $z_C = 0$  pendant cette première phase. À une date  $t = 0$ , la roue rencontre une marche de hauteur  $H$ . On fait l'hypothèse que l'altitude du point  $C$  passe instantanément de  $z = 0$  à  $z = H$  (on néglige la taille de la roue). Dans la deuxième phase du mouvement, le véhicule poursuit son mouvement à vitesse constante sur une route plane et horizontale. L'objectif de cet exercice est d'étudier le mouvement de l'habitacle pour  $t > 0$ .

1. Exprimer la position d'équilibre  $z_{eq}$  du point  $G$ , dans la deuxième phase du mouvement, en fonction de  $H$ ,  $\ell_0$ ,  $M$ ,  $g$  et  $k$ .
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par  $z_G$ .
3. On pose  $Z = z_G - z_{eq}$ . Quelle est l'équation différentielle vérifiée par  $Z$  ?
4. Le constructeur a choisi les paramètres de la suspension de manière à ce que le mouvement de l'habitacle après un obstacle soit le plus court possible lorsque le véhicule roule à vide. Exprimer dans ce cas  $\alpha$  en fonction de  $k$  et  $M$ .
5. Le même véhicule transporte désormais quatre personnes, de masse totale  $m = 300$  kg. Quel est le régime d'amortissement ? Exprimer la pseudo-période  $T$  en fonction de  $k$ ,  $m$  et  $M$ .
6. Pour qu'une voiture soit confortable, il faut que les oscillations résultant d'un défaut de la route aient une période adaptée à l'organisme humain, comme par exemple la période de marche qui vaut environ une seconde. Calculer la raideur du ressort  $k$  et en déduire celle de  $\alpha$ , du facteur de qualité  $Q$  et de la durée  $\tau$  du régime transitoire.