

# Colle n°15

## LIMITES - CONTINUITÉ

### I Limite d'une fonction

1. Notion de voisinage
2. Limite d'une fonction
3. Limite à gauche, limite à droite
4. Propriétés
5. Opérations sur les limites
6. Limite d'une fonction composée
7. Caractérisation séquentielle de la limite
8. Limites et relation d'ordre
9. Limite d'une fonction monotone

### II Continuité

1. Continuité en un point
2. Continuité à gauche, continuité à droite
3. Prolongement par continuité en un point
4. Continuité sur un intervalle
5. Opérations sur les fonctions continues
6. Théorème des valeurs intermédiaires
7. Image d'un intervalle par une fonction continue
8. Continuité d'une fonction réciproque

### III Notions sur les fonctions à valeurs complexes

1. Définitions

2. Limite d'une fonction à valeurs complexes
3. Continuité

## DÉRIVATION

### I Dérivabilité en un point

1. Dérivabilité en un point
2. Dérivabilité à gauche ou à droite en un point
3. Dérivabilité et continuité
4. Développement limité d'ordre 1
5. Interprétation graphique

### II Dérivabilité sur un intervalle

1. Définition
2. Dérivées successives
3. Fonctions de classe  $\mathcal{C}^k$

### III Opérations sur les dérivées

1. Addition
2. Multiplication par un réel
3. Multiplication
4. Inverse, quotient
5. Composition
6. Application réciproque
7. Dérivées usuelles

### Questions de cours :

1. Limite d'une fonction composée (proposition 11 page 4, cas où  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ).
2. Théorème des gendarmes (pour les fonctions) (proposition 14 page 5, cas où  $a \in \mathbb{R}$ ).
3. Exemple de fonction dérivable dont la dérivée n'est pas continue (remarque dans le paragraphe II-3 page 4).
4. Dérivée (en un point) de  $u \times v$  (proposition 7-i page 4).

Ne pas oublier d'énoncer les théorèmes avant de les démontrer.