Corrigé DM15

Exercice : Filtre RLC

1. On applique la loi du pont diviseur de tension :

$$\underline{H}=\frac{\underline{Z}_{\text{eq}}}{\underline{Z}_L+\underline{Z}_{\text{eq}}}=\frac{1}{1+\underline{Z}_L\,\underline{Y}_{\text{eq}}}=\frac{1}{1+jL\omega\left(\frac{1}{R}+jC\omega\right)}=\frac{1}{1+j\frac{L}{R}\omega-LC\omega^2}$$

On reconnaît un filtre **passe-bas du deuxième ordre** et on identifie les paramètres :

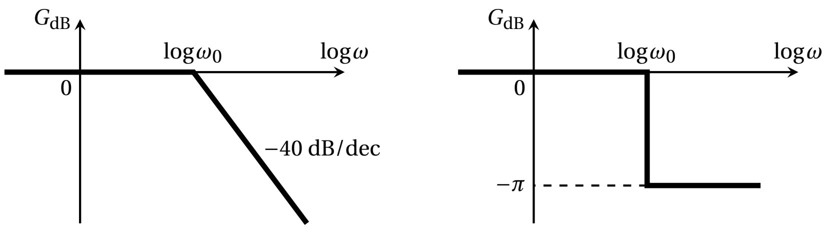
$$H_0=1 \quad \text{et} \quad \begin{cases}\dfrac{1}{Q\omega_0}=\dfrac{L}{R}\\[2mm] \dfrac{1}{\omega_0^2}=LC\end{cases} \iff \boxed{\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}} \quad \text{et} \quad \boxed{Q=\frac{R}{L\omega_0}=R\sqrt{\frac{C}{L}}}$$

2. On détermine les équations des asymptotes du diagramme de Bode :

• en BF ($\omega \ll \omega_0$) : $\underline{H}\simeq 1 \implies G_{\text{dB}}=0$ et $\varphi=0$.

• en HF ($\omega \gg \omega_0$) : $\underline{H}\simeq -\dfrac{\omega_0^2}{\omega^2} \implies G_{\text{dB}}=40\log\omega_0-40\log\omega$ et $\varphi=-\pi$.

On trace le diagramme de Bode asymptotique ci-dessous.



Le diagramme de Bode en gain réel fait apparaître une **résonance** si $Q>\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ (voir allure des courbes dans le poly du cours).

3. On calcule le gain de ce filtre : $G=\dfrac{1}{\sqrt{(1-x^2)^2+\frac{x^2}{Q^2}}}=\dfrac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{Q^2}-2\right)x^2+x^4}}$.

On trouve la forme attendue à condition que : $\dfrac{1}{Q^2}-2=0 \iff \boxed{Q=\dfrac{1}{\sqrt{2}}}$.

4. a) La période du signal d'entrée vérifie : $T\ll 2\pi\sqrt{LC} \iff f=\dfrac{1}{T}\gg\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\dfrac{\omega_0}{2\pi} \iff \boxed{f\gg f_0}$.

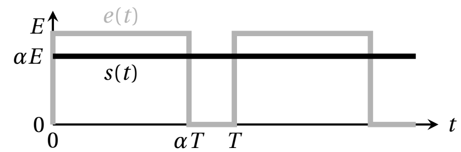
• La partie variable du signal se trouve dans le domaine d'atténuation du filtre, on peut considérer qu'elle est coupée.

• La composante continue (correspond à $f=0$) est transmise sans atténuation.

Par conséquent le filtre se comporte comme un **moyenneur** : le signal de sortie est quasi-constant et égal à la composante continue du signal d'entrée, c'est-à-dire à sa **valeur moyenne**. On calcule cette dernière :

$$\langle e\rangle=\frac{1}{T}\int_0^T e(t)\,\mathrm{d}t=\frac{1}{T}\int_0^{\alpha T}E\,\mathrm{d}t=\alpha E$$

On trace l'allure de la tension de sortie.



4. b) On note $\omega=\dfrac{2\pi}{T}$ la pulsation de la tension d'entrée. La composante fondamentale de la tension de sortie a pour amplitude :

$$A_1'=G(\omega)A_1=\frac{A_1}{\sqrt{1+\frac{\omega^4}{\omega_0^4}}}=0{,}32\,\text{mV}$$

On compare cette amplitude à la composante continue : $\dfrac{A_1'}{\alpha E}=7{,}9\cdot 10^{-5}$. La partie variable du signal de sortie $s(t)$ est négligeable par rapport à sa valeur moyenne. C'est une excellente approximation de considérer que **la tension de sortie** $s(t)$ **est constante**.