

## Informatique : devoir n°5 (non surveillé)

On représente ici une matrice sous forme d'une liste de listes de même longueur.

Ainsi la matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$  est représentée par la liste `[[1, 2, 3], [4, 5, 6]]`.

On notera que si `m` est une matrice représentée de cette manière, alors `m[i]` est la  $i^{\text{e}}$  ligne de `m` et donc `m[i][j]` est le  $j^{\text{e}}$  terme de la  $i^{\text{e}}$  ligne. Ainsi, si `m` est la matrice ci-dessus, alors `m[0][0]` vaut 1, `m[1][0]` vaut 4, `m[0][1]` vaut 2, etc.

1) Écrire une fonction `matrice_nulle` qui, recevant deux entiers naturels non nuls `n` et `p`, renvoie la matrice nulle à `n` lignes et `p` colonnes.

```
>>> matrice_nulle(2, 3)
[[0, 0, 0], [0, 0, 0]]
```

2) Écrire une fonction `identite` qui, recevant un entier naturel non nul `n`, renvoie la matrice identité d'ordre `n`.

```
>>> identite(3)
[[1, 0, 0], [0, 1, 0], [0, 0, 1]]
```

Si Python renvoie une matrice ne contenant que des 1, c'est probablement qu'il y a un problème de copie de listes dans votre fonction `matrice_nulle`.

3) Écrire deux fonctions `ldim` et `cdim` qui, recevant une matrice `m`, renvoient respectivement le nombre de lignes et le nombre de colonnes de `m`.

```
>>> ldim([[1, 2, 3], [4, 5, 6]])
2
>>> cdim([[1, 2, 3], [4, 5, 6]])
3
```

Pour les deux questions suivantes, les fonctions demandées devront renvoyer un message d'erreur si les dimensions des matrices ne sont pas compatibles.

4) a) Écrire une fonction `add` qui, recevant deux matrices, renvoie leur somme.

```
>>> add([[1, 2, 3], [4, 5, 6]], [[7, 8, 9], [10, 11, 12]])
[[8, 10, 12], [14, 16, 18]]
>>> add([[1, 2, 3], [4, 5, 6]], [[7, 8], [9, 10]])
'Dimensions incompatibles'
```

b) Déterminer le nombre d'additions effectuées par la fonction `add` quand on l'applique à deux matrices de type  $(n, p)$ .

5) a) Prendre le cours sur les matrices et revoir la définition du produit matriciel.

b) Écrire une fonction `mult` qui, recevant deux matrices, renvoie leur produit.

```
>>> mult([[1, 2], [3, 4]], [[5, 6, 7], [8, 9, 10]])
[[21, 24, 27], [47, 54, 61]]
>>> mult([[5, 6, 7], [8, 9, 10]], [[1, 2], [3, 4]])
'Dimensions incompatibles'
```

c) Déterminer le nombre d'additions et de multiplications effectuées par la fonction `mult` quand on l'applique à deux matrices de types respectifs  $(n, p)$  et  $(p, q)$ .

Pour les questions suivantes, les fonctions demandées devront renvoyer un message d'erreur si les matrices ne sont pas carrées.

6) Écrire une fonction `trace` qui, recevant une matrice, renvoie sa trace, c'est-à-dire la somme de ses coefficients diagonaux.

```
>>> trace([[1, 2], [3, 4]])
5
>>> trace([[1, 2, 3], [4, 5, 6]])
'Matrice non carrée'
```

7) Écrire une fonction `puissance` qui, recevant une matrice `m` et un entier naturel `k`, renvoie la puissance  $k$ -ième de `m`.

```
>>> puissance([[1, 2], [3, 4]], 2)
[[7, 10], [15, 22]]
>>> puissance([[1, 2], [3, 4]], 3)
[[37, 54], [81, 118]]
>>> puissance([[1, 2], [3, 4]], 0)
[[1, 0], [0, 1]]
```

8) Écrire une fonction `est_symetrique` qui, recevant une matrice, renvoie `True` si elle est symétrique et `False` sinon. On s'efforcera de minimiser le nombre de comparaisons effectuées.

```
>>> est_symetrique([[1, 2], [3, 4]])
False
>>> est_symetrique([[1, 2], [2, 4]])
True
```