

Corrigé DM17

Exercice 1 : Réduction active de bruit

1. Notons $t = 0$ la date à laquelle le bruit atteint le micro. Le contrôleur traite l'information et le haut-parleur vibre à partir de la date $t_0 = \Delta t$.

- Après avoir passé le micro le bruit se propage sur une distance d et atteint le point M à la date $t_1 = \frac{d}{c}$,
- Le son produit par le haut-parleur se propage sur une distance ℓ et atteint le point M à la date $t_2 = \Delta t + \frac{\ell}{c}$.

Le son produit par le haut-parleur se superpose au bruit en M à condition que :

$$t_1 = t_2 \iff \Delta t + \frac{\ell}{c} = \frac{d}{c} \iff \Delta t = \frac{d-\ell}{c} = 2,65 \text{ ms}$$

2. D'après l'énoncé la vibration au niveau du micro est $p_b(x=0, t) = p_0 \cos(\omega t + \varphi_i)$. Le bruit atteint M après s'être propagé sur une distance d donc :

$$p_b(d, t) = p_b\left(0, t - \frac{d}{c}\right) = p_0 \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}d + \varphi_i\right).$$

3. D'après l'énoncé la vibration au niveau du haut-parleur est $p_{\text{HP}}(y=0, t) = p_{0,\text{HP}} \cos(\omega t + \varphi_{\text{HP},0})$. L'onde atteint M après s'être propagé sur une distance ℓ donc :

$$p_{\text{HP}}(\ell, t) = p_{\text{HP}}\left(0, t - \frac{\ell}{c}\right) = p_{0,\text{HP}} \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}\ell + \varphi_{\text{HP},0}\right)$$

4. Notons $\Delta\phi$ le déphasage entre $p_b(d, t)$ et $p_{\text{HP}}(\ell, t)$. On souhaite que ces signaux soient en opposition de phase donc il faut : $\Delta\phi = \pi [2\pi]$.

Par ailleurs ce déphasage vaut $\Delta\phi = \left(\omega t - \frac{\omega}{c}\ell + \varphi_{\text{HP},0}\right) - \left(\omega t - \frac{\omega}{c}d + \varphi_i\right) = \frac{\omega(d-\ell)}{c} + \Delta\varphi$.

On conclut que les signaux sont en opposition de phase à condition que :

$$\frac{\omega(d-\ell)}{c} + \Delta\varphi = \pi [2\pi] \iff \Delta\varphi = \pi - \frac{\omega(d-\ell)}{c} [2\pi]$$

5. Puisque les deux signaux sont en opposition de phase, on peut écrire :

$$\begin{cases} p_b(d, t) = p_0 \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}d + \varphi_i\right) \\ p_{\text{HP}}(\ell, t) = p_{0,\text{HP}} \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}\ell + \varphi_i + \pi\right) = -p_{0,\text{HP}} \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}\ell + \varphi_i\right) \end{cases}$$

Ainsi la suppression résultante vaut :

$$p(M, t) = p_b(d, t) + p_{\text{HP}}(\ell, t) \iff p(M, t) = (p_0 - p_{0,\text{HP}}) \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}d + \varphi_i\right)$$

En choisissant $p_{0,\text{HP}}$ proche de p_0 on peut réduire de façon importante l'amplitude du son dans la conduite. Ce dispositif permet ainsi **d'atténuer le bruit dans la conduite**.

Exercice 2 : Corde de Melde

1. On observe quatre fuseaux, or la taille d'un fuseau est égale à $\frac{\lambda}{2}$ donc la longueur d'onde vérifie : $L = 4 \times \frac{\lambda}{2} \iff \lambda = \frac{L}{2} = 40 \text{ cm}$. On en déduit la valeur de la célérité : $c = \lambda f = 16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

On détermine enfin la masse du fil : $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{mgL}{m_f}} \iff m_f = \frac{mgL}{c^2} = 1,5 \text{ g}$.

La fréquence fondamentale correspond à un unique fuseau : $L = \frac{\lambda}{2} \iff \lambda = 2L = 160 \text{ cm}$, d'où

$$f_0 = \frac{c}{\lambda} = 10 \text{ Hz}.$$

2. Si l'on observe six fuseaux alors $L = 6 \times \frac{\lambda}{2} \iff \lambda = \frac{L}{3} = 26,7 \text{ cm}$.

La célérité vaut $c = \lambda f = 10,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Le fil doit être tendu avec une masse m' telle que : $c = \sqrt{\frac{m'gL}{m_f}} \iff m' = \frac{m_f c^2}{gL} = 21,8 \text{ g}$.

3. On observe quatre fuseaux si $L' = 4 \times \frac{\lambda}{2} \iff \lambda = \frac{L'}{2} = 25 \text{ cm}$. La célérité vaut toujours $c = 16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (mêmes valeurs de m et m_f qu'à la question 1). On en déduit la fréquence imposée par le vibreur :

$$f = \frac{c}{\lambda} = 64 \text{ Hz}.$$

4. En doublant le fil on multiplie par deux sa masse : $m'_f = 2m_f = 3,0 \text{ g}$.

La célérité vaut $c = \sqrt{\frac{mgL}{m'_f}} = 11,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et la longueur d'onde $\lambda = \frac{c}{f} = 28,3 \text{ cm}$.

On observe des fuseaux à condition que la longueur L corresponde à un multiple entier de $\frac{\lambda}{2}$, c'est-à-dire si $\frac{L}{\lambda/2} = \frac{2L}{\lambda}$ est un entier. L'application numérique donne : $\frac{2L}{\lambda} = 0,57$. **On n'observe plus de fuseaux pour une fréquence de 40 Hz.**

La nouvelle fréquence fondamentale correspond à un fuseau unique : $\lambda = 2L = 160 \text{ cm}$, d'où

$$f'_0 = \frac{c}{\lambda} = 7,1 \text{ Hz}.$$