

# Colle n°19

## POLYNÔMES

### I Polynômes à une indéterminée

1. Ensemble  $K[X]$
2. Opérations dans  $K[X]$
3. Degré d'un polynôme
4. Fonction polynomiale associée à un polynôme
5. Divisibilité dans  $K[X]$

### II Racines d'un polynôme

1. Racines d'un polynôme
2. Ordre de multiplicité d'une racine

### III Polynôme dérivé

1. Définition
2. Formule de Taylor
3. Caractérisation des racines multiples

### IV Décomposition en produit de polynômes irréductibles

1. Polynômes scindés
2. Somme et produit des racines d'un polynôme scindé
3. Polynômes irréductibles
4. Décomposition en produit de facteurs irréductibles dans  $\mathbb{C}[X]$
5. Décomposition en produit de facteurs irréductibles dans  $\mathbb{R}[X]$
6. Exemple : factorisation de  $X^n - 1$  dans  $\mathbb{C}[X]$  et dans  $\mathbb{R}[X]$

### V Fractions rationnelles

1. Définition
2. Décomposition en éléments simples (dénominateur scindé à racines simples uniquement)
3. Applications

## ANALYSE ASYMPTOTIQUE

### I Relations de comparaison (fonctions)

1. Fonction dominée par une autre
2. Fonction négligeable devant une autre
3. Fonctions équivalentes
4. Croissances comparées

### Questions de cours :

1.  $a$  est racine de  $P$  si et seulement si  $X - a$  divise  $P$  (proposition 4 page 4).
2. Caractérisation des racines multiples d'un polynôme par ses dérivées successives (théorème 15 page 6).
3. Polynômes irréductibles de  $\mathbb{R}[X]$  (théorème 24 page 9).

Ne pas oublier d'énoncer les théorèmes avant de les démontrer.