

Corrigé DS5

Exercice 1 : QCM ondes

1. Réponse C).
2. Réponse B). L'onde se propage sans dispersion ni atténuation, avec une célérité vers les x croissants donc : $p(x_M, t) = p\left(0, t - \frac{x_M}{c}\right) = p_m \cos\left(\omega\left(t - \frac{x_M}{c}\right)\right) \iff p(x_M, t) = p_m \cos(\omega t - kx_M)$.
3. Réponse D). Les deux signaux sont en phase si le haut-parleur et le microphones sont distants d'un nombre entiers de longueurs d'onde.
4. Réponse C). D'après l'énoncé : $4\lambda = D \iff \lambda = \frac{D}{4} = 28,5 \text{ cm} \iff c = \lambda f = 342 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
5. Réponse C).
6. Réponse D). Si $x = 0$ est un ventre de vibration alors $\sin(\psi) = \pm 1 \iff \psi = \frac{\pi}{2}$.
7. Réponse A).



Les graphes ci-dessus représentent les trois premiers modes propres. On voit que dans chacun des cas : $L = n \frac{\lambda}{2}$ où n est en entier non nul. On en déduit que $\lambda_n = \frac{2L}{n}$ et $f_n = \frac{c}{\lambda_n} = \frac{nc}{2L}$.

8. Réponse B). S'il y a un ventre de vibration au centre ainsi que sur les bords cela signifie que $L/2$ correspond à un nombre entier de fuseaux, soit :

$$\frac{L}{2} p \frac{\lambda}{2}, p \in \mathbb{N}^* \iff \lambda = \frac{L}{p} \iff f = p \frac{c}{L} = 2pf_1$$

La fréquence de vibration est nécessairement un multiple pair de la fréquence fondamentale.

9. Réponse A). S'il y a cinq ventres cela revient à dire qu'il y a quatre fuseaux, soit $n = 4$. On a donc :

$$f = n \frac{c}{2L} \iff L = n \frac{c}{2f} = 57 \text{ cm}$$

10. Réponse D). La plus petite fréquence correspondant à un nœud de vibration au centre correspond à la figure de gauche, question 7. La taille du tube est égale à celle d'un fuseau : $L = \lambda/2$ d'où :

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2L} = 300 \text{ Hz}.$$

Exercice 2 : Mesurer la taille d'un immeuble

1. Les deux ondes peuvent interférer car elles ont la même fréquence.
2. La différence de marche vaut $\delta(M) = S_2M - S_1M$, avec :

$$S_2M = \sqrt{H^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2} = H\sqrt{1 + \frac{(x+a/2)^2}{H^2}} \approx H\left(1 + \frac{(x+a/2)^2}{2H^2}\right)$$

De même on trouve $S_1M = \sqrt{H^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2} \approx H\left(1 + \frac{(x-a/2)^2}{2H^2}\right)$.

Après simplifications on montre que $\delta(M) = \frac{ax}{H}$.

3. On détermine les valeurs de x pour lesquelles les interférences sont constructives (amplitude acoustique maximale) :

$$\delta(M) = \frac{ax}{H} = 0 \text{ } [\lambda] \iff x = 0 \left[\frac{\lambda H}{a} \right]$$

avec $\lambda = \frac{c}{f} = 5 \text{ cm}$ la longueur d'onde des ondes sonores. En théorie l'interfrange vaut $i = \frac{\lambda H}{a}$. On mesure sa valeur sur la figure 4 : $i = 1,1 \text{ m}$. On en déduit la hauteur de l'immeuble : $H = \frac{ia}{\lambda} = 22 \text{ m}$.

Exercice 3 : Pendule électrique

1. La masse est soumise à son poids \vec{P} , à la tension du fil \vec{T} et à la force électrique $\vec{F}_{\text{elec}} = q\vec{E}$. On les représente sur le graphe ci-contre.

Le bras de levier de la tension du fil est nul donc $\mathcal{M}_z(\vec{T}) = 0$.

Le bras de levier du poids vaut $b(\vec{P}) = \ell \sin\theta$ et avec la règle de la main droite on trouve que son moment est négatif donc

$$\mathcal{M}_z(\vec{P}) = -mg\ell \sin\theta.$$

Pour la force électrique $b(\vec{F}_{\text{elec}}) = \ell \cos\theta$ et avec la règle de la main droite on trouve que son moment est positif donc

$$\mathcal{M}_z(\vec{F}_{\text{elec}}) = qE\ell \cos\theta.$$

2. On applique le théorème du moment cinétique à la masse, par rapport à l'axe orienté fixe (Oz), dans le référentiel terrestre supposé galiléen : $\frac{dL_z(M)}{dt} = \mathcal{M}_z(\vec{T}) + \mathcal{M}_z(\vec{P}) + \mathcal{M}_z(\vec{F}_{\text{elec}})$.

On a calculé les moments de force à la question précédente. On a également $\frac{dL_z(M)}{dt} = m\ell^2\ddot{\theta}$.

$$m\ell^2\ddot{\theta} = -mg\ell \sin\theta + qE\ell \cos\theta \iff \ddot{\theta} + \frac{g}{\ell} \sin\theta - \frac{qE}{m\ell} \cos\theta = 0$$

Le système est en équilibre si $\theta = \theta_e = \text{Cste} \implies \ddot{\theta} = 0$. Cette position d'équilibre est solution de :

$$\frac{g}{\ell} \sin\theta_e - \frac{qE}{m\ell} \cos\theta_e = 0 \iff \tan\theta_e = \frac{qE}{mg}$$

On trouve numériquement : $\theta_e = 30,4^\circ$.

3. On effectue le changement de variable $\theta = \theta_e + \varepsilon \implies \ddot{\theta} = \ddot{\varepsilon}$. L'équation vérifiée par $\varepsilon(t)$ est :

$$\ddot{\varepsilon} + \frac{g}{\ell} \sin(\theta_e + \varepsilon) - \frac{qE}{m\ell} \cos(\theta_e + \varepsilon) = 0$$

En simplifiant au premier ordre on aboutit à :

$$\ddot{\varepsilon} + \frac{g}{\ell} \varepsilon \cos\theta_e + \frac{qE}{m\ell} \varepsilon \sin\theta_e + \underbrace{\frac{g}{\ell} \sin\theta_e - \frac{qE}{m\ell} \cos\theta_e}_{=0} = 0 \iff \ddot{\varepsilon} + \left(\frac{g}{\ell} \cos\theta_e + \frac{qE}{m\ell} \sin\theta_e \right) \varepsilon = 0$$

4. On reconnaît l'équation d'un oscillateur harmonique de période propre :

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{\ell} \cos\theta_e + \frac{qE}{m\ell} \sin\theta_e}} = 0,59 \text{ s}$$

