

Colle n°23

ESPACES VECTORIELS

I Espaces vectoriels

1. Définition
2. Exemples

II Sous-espaces vectoriels

1. Définition
2. Exemples
3. Intersection de deux sous-espaces
4. Sous-espace engendré par une famille de vecteurs
5. Somme de deux sous-espaces
6. Somme directe
7. Sous-espaces supplémentaires

III Familles de vecteurs d'un espace vectoriel

1. Familles libres, familles liées
2. Familles génératrices
3. Bases
4. Sommes directes et bases

IV Dimension d'un espace vectoriel

1. Espaces vectoriels de dimension finie
2. Théorème de la base incomplète
3. Dimension d'un espace vectoriel
4. Familles libres et familles génératrices en dimension finie

Questions de cours :

1. L'intersection de deux sev est un sev (proposition 13 page 5).
2. Définition de la somme de deux sev + la somme de deux sev est un sev (proposition 16 page 6).
3. Si \mathcal{B} est une base de F , que \mathcal{C} est une base de G et que F et G sont en somme directe, alors $\mathcal{B} \cup \mathcal{C}$ est une base de $F \oplus G$ (proposition 29 page 12).
4. Si la famille $(e_1, \dots, e_p, e_{p+1}, \dots, e_n)$ est libre, alors $\text{Vect}(e_1, \dots, e_p)$ et $\text{Vect}(e_{p+1}, \dots, e_n)$ sont en somme directe (proposition 30 page 13).

Toutes les définitions et tous les théorèmes sont à savoir parfaitement.