

Corrigé Concours blanc

Exercice 1 : Moteur Diesel

1. underlineLoi des gaz parfaits dans l'état A : $n = \frac{P_0 V_A}{RT_0} = 0,10 \text{ mol}$.

2. Pour un GP diatomique : $C_V = \frac{5}{2} nR$ et $C_P = \frac{7}{2} nR$ donc $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{7}{5} = 1,4$.

3. $A \rightarrow B$: adiabatique réversible d'un GP.

D'après les lois de Laplace : $P = \frac{C_{ste}}{V^\gamma}$ → allure **hyperbolique**.

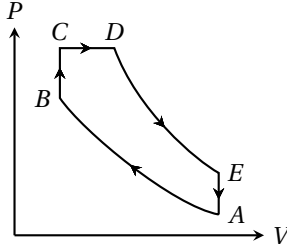
Compression donc $P \uparrow$ et $V \downarrow$.

$B \rightarrow C$: isochore → verticale et $T \uparrow$ donc $P \uparrow$.

$C \rightarrow D$: isobare → horizontale et $T \uparrow$ donc $V \uparrow$.

$D \rightarrow E$: hyperbole (comme $A \rightarrow B$) mais détente donc $P \downarrow$ et $V \uparrow$.

$E \rightarrow A$: isochore → verticale et retour à l'état A.



4. Lois de Laplace pour $A \rightarrow B$: (justifié à la question précédente) :

$$P_0^{1-\gamma} T_0^\gamma = P_B^{1-\gamma} T_B^\gamma \iff T_B = T_0 \left(\frac{P_B}{P_0} \right)^{\gamma/(1-\gamma)} \quad \text{et} \quad P_0 V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma \iff V_B = V_A \left(\frac{P_B}{P_0} \right)^{-1/\gamma}$$

On obtient les expressions attendues, avec $a = \frac{\gamma-1}{\gamma}$ et $b = -\frac{1}{\gamma}$.

5. $T_B \geq T_{\text{exp}} \iff \alpha^{(\gamma-1)/\gamma} \geq \frac{T_{\text{exp}}}{T_0} \iff \alpha \geq \left(\frac{T_{\text{exp}}}{T_0} \right)^{\gamma/(\gamma-1)} = 3,5$.

6. 1^{er} principe pour $B \rightarrow C$: $\Delta_{BC}U = W_{BC} + Q_{BC}$.

$W_{BC} = 0$ car la transformation est isochore donc $Q_{BC} = \Delta_{BC}U = \frac{nR}{\gamma-1} (T_C - T_B) = \frac{nR}{\gamma-1} (T_C - \alpha^a T_0)$.

1^{er} principe pour $C \rightarrow D$: transfo isobare donc $\Delta_{CD}H = W'_{CD} + Q_{CD}$

$W'_{CD} = 0$ car pas de travail élec donc $Q_{CD} = \frac{\gamma nR}{\gamma-1} (T_D - T_C)$.

En conclusion : $Q_{\text{exp}} = \frac{nR}{\gamma-1} [T_C - \alpha^a T_0 + \gamma(T_D - T_C)] = 5,1 \text{ kJ}$.

7. Lois de Laplace pour $D \rightarrow E$: $T_D V_D^{\gamma-1} = T_E V_A^{\gamma-1}$ (car $V_E = V_A$).

$C \rightarrow D$ est isobare donc $\frac{T_C}{V_C} = \frac{T_D}{V_D} \iff V_D = V_C \frac{T_D}{T_C} = V_B \frac{T_D}{T_C}$.

Ainsi on trouve : $T_E = T_D \left(\frac{V_D}{V_A} \right)^{\gamma-1} = T_D \left(\frac{T_D}{T_C} \times \frac{V_B}{V_A} \right)^{\gamma-1} \iff T_E = T_D \left(\frac{T_D}{T_C} \alpha^b \right)^{\gamma-1}$.

8. $Q_{\text{cycle}} = Q_{\text{exp}} + Q_{EA}$ (car $Q_{AB} = Q_{DE} = 0$, transfo adiabatiques).

1^{er} principe pour $E \rightarrow A$: $\Delta_{EA}U = W_{EA} + Q_{EA}$.

$W_{EA} = 0$ car la transformation est isochore donc $Q_{EA} = \Delta_{EA}U = \frac{nR}{\gamma-1} (T_0 - T_E)$.

À partir des résultats précédents on trouve :

$$Q_{\text{cycle}} = \frac{nR}{\gamma-1} \left[T_C - \alpha^a T_0 + \gamma(T_D - T_C) + T_0 - T_D \left(\frac{T_D}{T_C} \alpha^b \right)^{\gamma-1} \right] = 3,2 \text{ kJ}$$

9. 1^{er} principe pour un cycle : $\Delta_{\text{cycle}}U = 0 = W_{\text{cycle}} + Q_{\text{cycle}} \iff W_{\text{cycle}} = -Q_{\text{cycle}} = -3,2 \text{ kJ}$.

Le travail reçu sur un cycle est négatif → comme on pouvait s'y attendre il s'agit d'un **cycle moteur**.

10. En assimilant un cycle à un tour du moteur, la durée d'un cycle vaut : $\Delta t = \frac{60}{4000} = 0,015 \text{ s} = 15 \text{ ms}$.

On en déduit que : $\mathcal{P} = 213 \text{ kW}$.

11. 2nd principe pour $B \rightarrow C$: $\Delta_{BC}S = S_{BC}^e + S_{BC}^c$.

Contact avec un thermostat de température T_D donc $S_{BC}^e = \frac{Q_{BC}}{T_D} = \frac{nR}{\gamma-1} \times \frac{T_C - \alpha^a T_0}{T_D}$.

Variation d'entropie pour une isochore : $\Delta_{BC}S = \frac{nR}{\gamma-1} \ln \frac{T_C}{T_B} = \frac{nR}{\gamma-1} \ln \frac{T_C}{\alpha^a T_0}$.

On conclut que : $S_{BC}^c = \Delta_{BC}S - S_{BC}^e = \frac{nR}{\gamma-1} \left(\ln \frac{T_C}{\alpha^a T_0} - \frac{T_C - \alpha^a T_0}{T_D} \right)$.

12. 2nd principe pour $C \rightarrow D$: $\Delta_{CD}S = S_{CD}^e + S_{CD}^c$.

Contact avec un thermostat de température T_D donc $S_{CD}^e = \frac{Q_{CD}}{T_D} = \frac{\gamma nR}{\gamma-1} \times \frac{T_D - T_C}{T_D}$.

Variation d'entropie pour une isobare : $\Delta_{CD}S = \frac{\gamma nR}{\gamma-1} \ln \frac{T_D}{T_C}$.

On conclut que : $S_{CD}^c = \Delta_{CD}S - S_{CD}^e = \frac{\gamma nR}{\gamma-1} \left(\ln \frac{T_D}{T_C} - 1 + \frac{T_C}{T_D} \right)$.

13. On trouve numériquement $S_{BC}^c = 0,57 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ et $S_{CD}^c = 7,1 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$.

La transformation $C \rightarrow D$ est celle qui est la plus grande source d'irréversibilité.

14. Si la température de l'essence T_{ess} est plus élevée que T_D alors les entropies échangées $\frac{Q_{BC}}{T_{\text{ess}}}$ et $\frac{Q_{CD}}{T_{\text{ess}}}$ sont en fait plus faibles que celles calculées à la question précédente.

Or d'après le 2nd principe : $S_c = \Delta S - S_e$ donc l'entropie créée est en fait plus élevée. **On a sous-estimé la création d'entropie.**

15. La quantité de dioxygène présente dans le moteur est égale à 20% de la quantité d'air totale calculée à la question 1 : $n_{O_2} = 2,1 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$. D'après la donnée de l'énoncé, la quantité maximale de carburant qui peut être brûlée est encore 12,5 fois plus petite : $n_{c,\text{max}} = 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$.

16. Le rapport de compression du moteur étant fixé, la température $T_B = \alpha^a T_0$ reste la même. La température T_D est fixée par celle de l'essence (l'air s'échauffe jusqu'à atteindre la température du carburant), elle ne change donc pas dans le nouveau cycle. Enfin la température T_E reste également la même (argument identique à celui de T_B).

Les volumes sont également fixés par les dimensions du moteur. Ainsi, à températures et volumes constants, si la quantité de matière est multipliée par x alors d'après la loi des gaz parfaits : $P = \frac{nRT}{V}$, **la pression est elle aussi multipliée par x .**

17. underline Loi des gaz parfaits dans les états A_0 et A' : $P_{A_0}V_{A_0} = n'RT_{A_0}$ et $P_{A'}V_{A'} = n'RT_{A'}$.

Sachant que $T_{A'} = T_{A_0} = T_0$, $P_{A'} = xP_0 = xP_{A_0}$ et $V_{A'} = V_{A_0}$, on peut écrire :

$$n'RT_0 = P_0V_{A_0} = xP_0V_{A_0} \iff V_{A_0} = xV_{A_0}$$

18. 1^{er} principe $A_0 \rightarrow A_1$: $\Delta_{A_0A_1}U = W_{A_0A_1} + Q_{A_0A_1}$.

La transformation est adiabatique donc : $W_{A_0A_1} = \frac{xnR}{\gamma-1}(T_{A_1} - T_0)$.

Lois de Laplace pour $A_0 \rightarrow A_1$: $P_0^{1-\gamma}T_0^\gamma = (xP_0)^{1-\gamma}T_{A_1}^\gamma$ (car $P_{A_1} = P_{A'} = xP_0$).

Il vient que : $T_{A_1} = x^{(\gamma-1)/\gamma}T_0$ donc : $W_{A_0A_1} = \frac{xnRT_0}{\gamma-1} \left(x^{(\gamma-1)/\gamma} - 1 \right)$.

19. On calcule $Q_{E'A'}$ en adaptant l'expression trouvée à la question 8 : $Q_{E'A'} = \frac{xnR}{\gamma-1} \left[T_0 - T_D \left(\frac{T_D}{T_C} a^b \right)^{\gamma-1} \right]$.

On fait les applications numériques : $W_{A_0A_1} = 6,05 \text{ kJ}$ et $Q_{E'A'} = -19,3 \text{ kJ}$.

On trouve ainsi : $\frac{W_{A_0A_1}}{Q_{E'A'}} = 0,31$. Le travail nécessaire pour réaliser la compression $A_0 \rightarrow A_1$ correspond à **31%** du transfert thermique $Q_{E'A'}$.

20. Pour une compression isotherme (de température T_0) entre les mêmes pressions P_0 et $P_{A_1} = P_{A'} = xP_0$, le travail des forces de pression aurait pour expression :

$$W_{A_0A_1} = xnRT_0 \ln \frac{P_{A_1}}{P_0} = xnRT_0 \ln x = 5,99 \text{ kJ}$$

Le travail est légèrement inférieur lorsque l'on réalise une compression isotherme. **En termes énergétiques la compression isotherme est un peu plus avantageuse.**

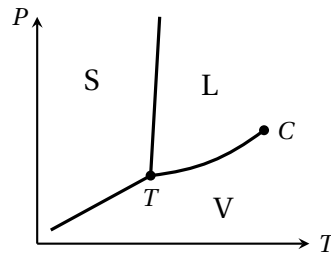
Une telle transformation n'est pas utilisée ici car une transformation isotherme est **lente**, ce qui n'est pas recommandé pour avoir des cycles rapides donc une puissance élevée pour le moteur.

Exercice 2 : Cocotte-minute

1. Le point X s'appelle **point triple** : les trois états (solide, liquide, gazeux) peuvent coexister à l'équilibre.

Le point Y s'appelle le **point critique** : il s'agit de l'extrémité de la frontière liquide/gazeux. Au-delà du point critique le corps pur se trouve dans un état intermédiaire entre liquide et gaz, c'est le domaine *fluide supercritique*.

Ce diagramme ne peut pas être celui de l'eau car la frontière solide/liquide a une pente **positive** (elle est négative dans le cas de l'eau).



2. On lit sur la figure 3 que la température d'ébullition de l'eau pour une pression de 2 bars vaut

$$T_{\text{eb}}(2 \text{ bar}) = 120^\circ\text{C}$$

Dans une casserole classique qui fonctionne à pression atmosphérique $P = 1 \text{ bar}$, la température de cuisson est de 100°C . En augmentant la température on favorise la **cinétique** des réactions chimiques liées à la cuisson. La cocotte-minute permet donc de cuire les aliments **plus rapidement**.

3.a) On applique le premier principe au système {eau liquide + glace}. La transformation est isobare : $\Delta H = W' + Q$.

Il n'y a pas de travail électrique ($W' = 0$) et la transformation est adiabatique (on néglige les transferts thermiques avec l'extérieur : $Q = 0$).

On conclut que $\Delta H = 0$: **l'enthalpie du système {eau liquide + glace} se conserve.**

3.b) La masse m_1 de glace :

- se réchauffe de T_1 à $T_{\text{fus}} = 0^\circ\text{C}$: $\Delta H_{1,1} = m_1 c_1 (T_{\text{fus}} - T_1)$,
- fond à $P = 1 \text{ bar}$ et $T_{\text{fus}} = 0^\circ\text{C}$ constantes : $\Delta H_{1,2} = m_1 L_{\text{fus}}(273)$,
- se réchauffe (à l'état liquide) de T_{fus} à T_f : $\Delta H_{1,3} = m_1 c_2 (T_f - T_{\text{fus}})$.

On a donc : $\Delta H_1 = m_1 c_1 (T_{\text{fus}} - T_1) + m_1 L_{\text{fus}}(273) + m_1 c_2 (T_f - T_{\text{fus}})$.

La masse m_2 d'eau liquide se refroidit de T_2 à T_f : $\Delta H_2 = m_2 c_2 (T_f - T_2)$.

3.c) Par extensivité de l'enthalpie : $\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2$. Ainsi d'après le premier principe :

$$m_1 c_1 (T_{\text{fus}} - T_1) + m_1 L_{\text{fus}}(273) + m_1 c_2 (T_f - T_{\text{fus}}) + m_2 c_2 (T_f - T_2) = 0$$

d'où : $T_f = \frac{m_1 c_2 T_{\text{fus}} + m_2 c_2 T_2 - m_1 L_{\text{fus}}(273) - m_1 c_1 (T_{\text{fus}} - T_1)}{(m_1 + m_2) c_2} = 4,7^\circ\text{C}$

4.a) Le transfert thermique vaut : $Q = \mathcal{P} \Delta t$.

4.b) On applique le premier principe à l'eau. La transformation est isobare donc : $\Delta H = Q = \mathcal{P} \Delta t$.

On note m_{vap} la masse d'eau qui se vaporise à pression et température constante : $\Delta H = m_{\text{vap}} L_{\text{vap}}(393)$.

On conclut que : $m_{\text{vap}} = \frac{\mathcal{P} \Delta t}{L_{\text{vap}}(393)}$.

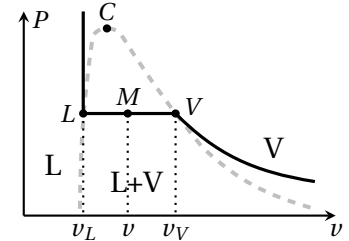
Le volume d'eau liquide est inchangé donc celui de vapeur d'eau aussi (puisque le volume de la cuve est fixé). Or la pression et la température de la vapeur sont également constantes, donc la quantité de vapeur dans la cuve ne varie pas. Ainsi la masse d'eau qui s'échappe par la soupape doit être exactement égale à celle qui est produite par vaporisation : $m_{\text{échap}} = m_{\text{vap}}$.

4.c) La masse d'eau liquide vaut $m_L = \rho V_L = 1 \text{ kg}$. Toute cette eau finit par s'échapper de la cuve donc :

$$m_L = m_{\text{échap}} = \frac{\mathcal{P} \Delta t}{L_{\text{vap}}(393)} \iff \Delta t = \frac{m_L L_{\text{vap}}(393)}{\mathcal{P}} = 1,1 \cdot 10^3 \text{ s} = 18'20''$$

5.a) Lorsqu'un corps pur est en équilibre diphasé, la pression d'équilibre dépend de la température. Si la température est fixée alors la pression l'est également ($P = P_{\text{sat}}(T)$). Ainsi, sous la courbe de saturation, l'isotherme est confondue avec une isobare, c'est pourquoi elle est **horizontale**.

Un liquide est **très peu compressible**, ce qui signifie que son volume massique est quasi-indépendant de la pression, c'est pourquoi l'isotherme est **quasi-verticale** dans le domaine liquide.



5.b) Selon le théorème des moments : $x_V = \frac{v - v_L}{v_V - v_L}$ avec x_V le **titre massique en phase vapeur**.

D'après les données de l'énoncé : $v = \frac{V}{m} = 0,12 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$.

On trouve alors que : $x_V = \frac{0,12 - 1,06 \cdot 10^{-3}}{0,892 - 1,06 \cdot 10^{-3}} = 0,133$.

Par définition : $x_V = \frac{m_V}{m}$ $m_V = x_V m = 6,7 \text{ g}$ et $m_L = m - m_V = 43,3 \text{ g}$.