DS de physique n° 8

Durée : 3h

L'usage de la calculatrice est autorisé. La copie doit être propre, lisible, sans faute d'orthographe. Les pages doivent être numérotées et ***les résultats soulignés ou encadrés****. Un résultat donné sans justification, à moins que l'énoncé le précise, est considéré comme faux. Les valeurs numériques doivent être accompagnées de leur unité. Le devoir comporte 4 exercices indépendants*

Exercice 1 : Le dermographe, machine à tatouer électrique

Un dermographe est un appareil électromécanique destiné à produire un mouvement d'oscillation vertical d'une aiguille. On étudie dans cet exercice son principe de fonctionnement simplifié. Le dermographe est composé de plusieurs éléments :

- une partie mobile attachée au support via une lame métallique à l'origine d'un couple de rappel ;
- des bobines avec des noyaux ferromagnétiques, générant un champ magnétique.

Il est par ailleurs alimenté par un générateur, généralement contrôlé par le tatoueur via une pédale.

Le principe du dermographe repose sur l'alternance entre deux phases. Dans un premier temps, la partie mobile est en contact avec la vis. Ce contact permet de fermer le circuit électrique alimenté par le générateur et formé par les bobines, la partie mobile et le support. Si le générateur fonctionne, un courant circule dans le circuit et en particulier dans les bobines. Un champ magnétique est alors créé par les bobines, ce qui génère une force sur la partie mobile, vers le bas.

Dans un second temps, la partie mobile se décolle de la vis de contact, ouvrant le circuit. La force magnétique disparaît et la force de rappel ramène la partie mobile vers la position de contact.

L'aiguille, accrochée à l'extrémité de la partie mobile, aura donc un mouvement périodique de haut en bas et de bas en haut.

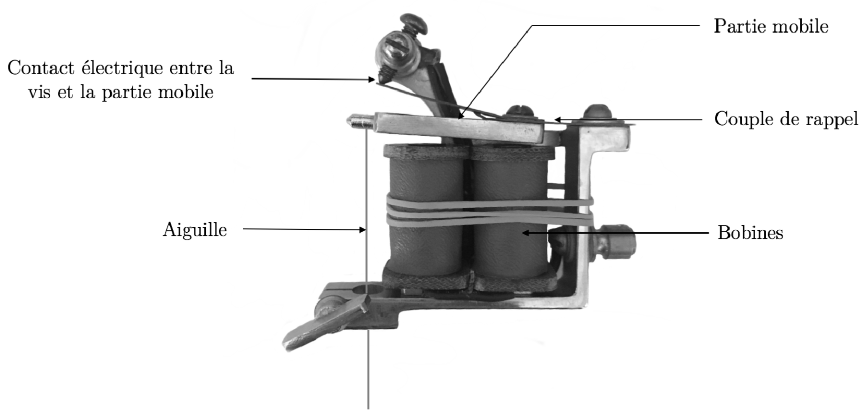
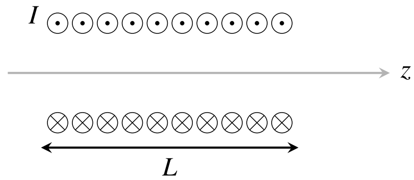


Figure 1 Dermographe

Champ magnétique créé par une bobine

On considère dans un premier temps une bobine assimilée à un solénoïde d'axe (Oz) parcouru par un courant d'intensité i stationnaire.



1. En supposant que le solénoïde est de longueur infinie, déterminer une expression simplifiée du champ magnétique $\vec{B}(M)$ produit en point M quelconque de l'espace, en s'appuyant sur les symétries et invariances des courants. Tracer l'allure des lignes de champs à l'intérieur du solénoïde. Quelle propriété du champ peut-on en déduire ?

2. On suppose maintenant que le solénoïde est de longueur L finie et contient N spires. À quelle condition peut-on conserver les hypothèses du modèle infini ? Donner alors l'expression littérale du champ à l'intérieur du solénoïde. Que vaut-il à l'extérieur ?

3. Un électroaimant utilise un matériau magnétique pour amplifier le champ créé par le solénoïde d'un facteur sans dimension μ_r. On donne $L = 10\,\mathrm{cm}$, $N = 500$, $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}\,\mathrm{H\cdot m^{-1}}$ et $\mu_r = 200$. Calculer l'intensité i pour obtenir un champ de $1,3\,\mathrm{T}$.

Fonctionnement du dermographe simplifié

Afin d'en simplifier l'étude, on s'intéresse, dans cette sous-partie, à une version modifiée du dermographe.

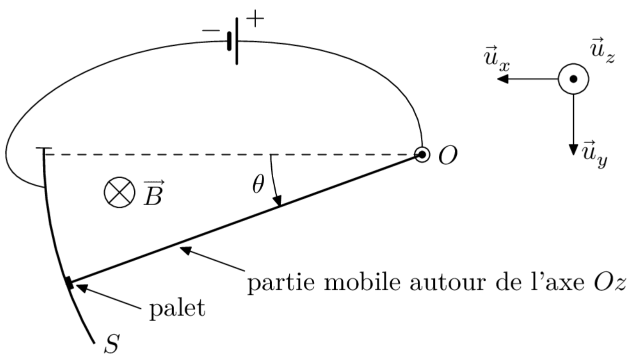


Figure 2 Modélisation simplifiée du dermographe

L'aiguille est assimilée à une tige rigide de longueur ℓ qui peut pivoter sans frottement au tour de l'axe (Oz). Elle est en contact, à son extrémité, avec un arc de cercle conducteur. Au point $S\,(\theta_S = \pi/60)$, l'arc de cercle se termine. On admet que tant que le contact est assuré, la tige mobile est parcourue par un courant d'intensité I et qu'elle se déplace dans une zone de champ magnétique uniforme $\vec{B} = -B\vec{u}_z$ avec $B > 0$. Elle est soumise à un couple de rappel $\Gamma = -K\theta$. Différentes valeurs numériques utiles sont disponibles en fin d'énoncé.

On suppose que l'on peut négliger l'action du poids et des frottements devant les autres actions mécaniques. Par ailleurs, on néglige les effets d'induction liés au mouvement de la partie mobile dans le champ magnétique extérieur.

4. Recopier sur la copie la figure 2 en indiquant le sens du courant électrique dans la tige mobile, ainsi que la force s'exerçant sur celle-ci lorsqu'elle est parcourue par un courant. Donner le nom et l'expression de cette force.

Initialement $(t = 0^-)$, le générateur n'est pas branché et la partie mobile est au repos dans la position $\theta_0 = 0$. On met le générateur sous tension à $t = 0^+$. Dans les questions suivantes on suppose que le contact est maintenu entre la tige mobile et l'arc conducteur.

5. Effectuer un bilan des actions mécaniques sur la partie mobile.

6. Montrer que θ satisfait l'équation différentielle $\ddot{\theta} + \omega_0^2\theta = A$ et exprimer ω_0 et A en fonction de J, K, I, B et ℓ.

7. Résoudre l'équation différentielle pour déterminer l'expression de $\theta(t)$ tant que le contact est assuré.

8. Déterminer l'expression puis la valeur de l'instant t_1 pour lequel la partie mobile quitte l'arc conducteur.

Caractéristiques du dermographe

Longueur de la partie mobile	$\ell = 3\,\mathrm{cm}$
Moment d'inertie de la partie mobile	$J = 2\cdot 10^{-6}\,\mathrm{kg\cdot m^2}$
Coefficient de rappel	$K = 7\cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-2}}$
Angle du point extrême de la partie conductrice	$\theta_S = \pi/60$
Champ magnétique	$B = 1,3\,\mathrm{T}$

Exercice 2 : Étude thermodynamique du moteur PSA EB2

Ce moteur (**figure 1**), connu sous sa dénomination commerciale 1,2 Puretech, équipe en particulier les Peugeot 108, 208 et 2008, les Citroën C1, C2, C3, C4 Cactus ainsi que la DS3.

Compte tenu de la faible proportion d'essence dans le mélange air-essence, celui-ci sera assimilé uniquement à l'air qu'il contient, lui-même considéré comme un gaz parfait diatomique de coefficient $\gamma = C_P/C_V = 1,4$. On donne $R = 8,31\,\mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}}$.

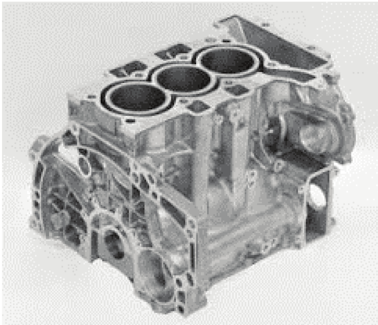


Figure 1 – Moteur PSA EB2

Dans chaque cylindre du moteur on modélise les transformations de l'air par un cycle de Beau de Rochas :

- $A \to B$: admission isobare (l'air entre dans le cylindre),
- $B \to C$: compression adiabatique réversible,
- $C \to D$: explosion isochore au cours de laquelle l'air s'échauffe sous l'effet de la combustion du carburant,
- $D \to E$: détente adiabatique réversible,
- $E \to B$: refroidissement isochore,
- $B \to A$: échappement isobare (l'air quitte le cylindre).

Le tableau ci-dessous synthétise les données thermodynamiques pour les différents états du cycle.

Point	A	B	C	D	E
P (bar)	1	1	P_C	P_D	4
V (cm^3)	40	440	40	40	440
T(K)	300	300	T_C	2 820	1 193

Tableau 1 – Cycle thermique du moteur EB2

Remarque : La quantité de matière se conserve au cours du cycle $B \to C \to D \to E \to B$ mais pas au cours de $A \to B$ (entrée des gaz) et $B \to A$ (sortie des gaz).

1. Tracer dans un diagramme de Watt (P,V) l'allure du cycle. On veillera à faire figurer les points A, B, C, D et E.

2. Calculer les valeurs manquantes : P_C , P_D, T_C.

3. Calculer le transfert thermique $Q_{C \to D}$ reçu au cours de l'explosion $C \to D$.

4. Calculer le transfert thermique $Q_{E \to B}$ reçu pendant le refroidissement $E \to B$. En déduire la valeur du rendement r du cycle.

5. Établir l'expression du rendement de Carnot d'un moteur thermique fonctionnant entre une source chaude de température T_c et une source froide de température T_f. Comparer le rendement r trouvé précédemment avec celui d'un cycle de Carnot pour lequel $T_f = 300\,\mathrm{K}$ et $T_c = 2\,820\,\mathrm{K}$. Conclure.

6. Le moteur tourne à 5 750 tr/min. Calculer la durée d'un cycle Δt, sachant que le moteur effectue deux tours pendant la durée d'un cycle.

7. Le moteur possède trois cylindres. Les valeurs numériques précédentes sont-elles compatibles avec la puissance maximale de 82 ch à 5 750 tr/min annoncé par le constructeur ? On donne $1\,\mathrm{ch} = 735,4\,\mathrm{W}$.

8. On suppose que ce cycle correspond aussi à celui décrit par une Peugeot 108 lors d'une utilisation autoroutière effectuée à la vitesse stabilisée de 130 km/h, le moteur tournant alors au régime de 3 600 tr/min.

Évaluer dans ces conditions la consommation d'essence exprimée en L/100 km. On assimile l'essence SP98 à de l'octane pur. La combustion de l'octane libère un transfert thermique massique $q_{\mathrm{comb}} = 44,5 \cdot 10^3\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$. La masse volumique de l'octane vaut $\rho_o = 720\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

Exercice 3 : Élévation d'un ballon dans la troposphère

L'atmosphère est constituée d'un mélange gazeux (l'air) comprenant surtout le diazote (78% en volume) et le dioxygène (21%). On y trouve également de l'argon (environ 1%), du dioxyde de carbone (0,03%), de la vapeur d'eau en proportion variable et des traces d'une multitude d'autres gaz.

Données des masses molaires en $\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$ N : 14 O : 16 Ar : 40.

Constante des gaz parfaits : $R = 8,31\,\mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}}$.

On suppose dans tout le problème que l'air, sec, est un mélange idéal de gaz parfaits. On considère que l'intensité de la pesanteur est uniforme : $g = 9,81\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Dans cet exercice on mesure l'altitude z d'un point de l'atmosphère en prenant comme référence le niveau de la mer, de pression $P_0 = 1,0\,\mathrm{bar}$.

1. Montrer à partir de la composition de l'air que la masse molaire moyenne de l'air vaut $M = 29\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$.

Équilibre isotherme de l'atmosphère

On suppose que la température de l'air atmosphérique $T_0 = 288\,\mathrm{K}$ est uniforme.

2. Exprimer la pression $P(z)$ à l'altitude z. Identifier une hauteur caractéristique H à exprimer en fonction de M, g, R et T_0. Calculer sa valeur numérique.

3. Calculer la pression au sommet de la troposphère $(z = 10\,\mathrm{km})$ dans le modèle isotherme.

Équilibre polytropique de l'atmosphère

On suppose désormais que dans la troposphère, c'est-à-dire jusqu'à l'altitude $z = 10\,\mathrm{km}$, la température de l'air varie avec l'altitude sous la forme : $T(z) = T_0(1 - kz)$ où k est une constante positive.

4. Montrer que la pression à l'altitude z varie sous la forme $P(z) = P_0(1 - kz)^{\alpha}$.

Donner l'expression de α en fonction de M, g, k, R et T_0.

5. Calculer la pression au sommet de la troposphère dans le modèle polytropique. Évaluer l'écart relatif entre les valeurs issues des deux modèles.

Données : $k = 2,20\cdot 10^{-5}\,\mathrm{m^{-1}}$ et $T_0 = 288\,\mathrm{K}$.

Application : ascension d'un ballon à hélium

On se place dans le modèle de l'équilibre isotherme de l'atmosphère. Un ballon de volume maximal $V_{\max} = 1000\,\mathrm{m^3}$ est partiellement gonflé au sol avec un volume $V_0 = 500\,\mathrm{m^3}$ d'hélium. La masse totale de l'enveloppe (hélium non compris) et de la nacelle est $m = 450\,\mathrm{kg}$. L'enveloppe est munie d'une soupape qui assure à tout instant l'équilibre thermique et mécanique entre l'hélium et l'air extérieur.

6. Montrer que le rapport $d = \rho_{\mathrm{He}}/\rho_{\mathrm{air}}$ des masses volumiques de l'hélium contenu dans l'enveloppe et de l'air extérieur est indépendant de l'altitude lors de l'ascension. Calculer d sachant que la masse molaire de l'hélium vaut $M_{\mathrm{He}} = 4\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$.

7. On appelle force ascensionnelle $\vec{F}$ la résultante du poids du ballon et de la poussée d'Archimède exercée par l'air extérieur. Déterminer son expression au sol en fonction de $\vec{g}$, m, d, V_0 et $\rho_0 = \frac{P_0 M}{RT_0}$.

8. À quelle condition le ballon s'élève-t-il ? Cette condition est-elle remplie ici ?

9. Exprimer le volume $V(z)$ au cours de l'ascension (tant que $V(z) < V_{\max}$, le nombre de moles d'hélium dans le ballon restant constant pendant cette phase).

10. Calculer l'altitude z_1 atteinte lorsque le volume atteint sa valeur maximale.

11. Lorsque le ballon atteint cette altitude, le volume de l'enveloppe reste constant. Le ballon continuant à s'élever, le gaz sort alors par la soupape pour assurer l'équilibre thermique et mécanique avec l'air extérieur.

Montrer que la force ascensionnelle décroît jusqu'à s'annuler : la ballon atteint alors son plafond d'altitude : calculer l'altitude correspondante z_2.