

Devoir n°1 (non surveillé)

EXERCICE 1

Simplifier au maximum les expressions suivantes sans utiliser la calculatrice :

$$\frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}} ; 2^{12}9^5 12^{-6} ; \frac{(4 - 3\sqrt{5})(1 + \sqrt{5})}{2 + \sqrt{5}} ; \ln 72 + \ln \frac{1}{12} - \ln 3.$$

EXERCICE 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x+2} ; \sqrt{x+1} - \sqrt{x} = \frac{1}{2} ; \ln(x+1) - \ln x = 1.$$

EXERCICE 3

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on pose $S_n = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$.

1) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, S_n \leq 2 - \frac{1}{n}$.

2) Montrer que la suite de terme général S_n est croissante et en déduire qu'elle est convergente.

EXERCICE 4

On considère la parabole $\mathcal{P}$ d'équation $y = x^2$. Soient x_1 et x_2 deux réels distincts et soient M_1 , M_2 et M les points de $\mathcal{P}$ d'abscisses respectives x_1 , x_2 et $\frac{x_1 + x_2}{2}$. Montrer que la tangente à $\mathcal{P}$ en M est parallèle à la droite (M_1M_2) .

EXERCICE 5

Déterminer les réels a pour lesquels l'équation $x^3 - 3x^2 - 24x + a = 0$ a exactement deux solutions réelles distinctes. On pourra faire une étude de fonction.

Devoir n°1 (non surveillé)

EXERCICE 1

Simplifier au maximum les expressions suivantes sans utiliser la calculatrice :

$$\frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}} ; 2^{12}9^5 12^{-6} ; \frac{(4 - 3\sqrt{5})(1 + \sqrt{5})}{2 + \sqrt{5}} ; \ln 72 + \ln \frac{1}{12} - \ln 3.$$

EXERCICE 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x+2} ; \sqrt{x+1} - \sqrt{x} = \frac{1}{2} ; \ln(x+1) - \ln x = 1.$$

EXERCICE 3

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on pose $S_n = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$.

1) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, S_n \leq 2 - \frac{1}{n}$.

2) Montrer que la suite de terme général S_n est croissante et en déduire qu'elle est convergente.

EXERCICE 4

On considère la parabole $\mathcal{P}$ d'équation $y = x^2$. Soient x_1 et x_2 deux réels distincts et soient M_1 , M_2 et M les points de $\mathcal{P}$ d'abscisses respectives x_1 , x_2 et $\frac{x_1 + x_2}{2}$. Montrer que la tangente à $\mathcal{P}$ en M est parallèle à la droite (M_1M_2) .

EXERCICE 5

Déterminer les réels a pour lesquels l'équation $x^3 - 3x^2 - 24x + a = 0$ a exactement deux solutions réelles distinctes. On pourra faire une étude de fonction.