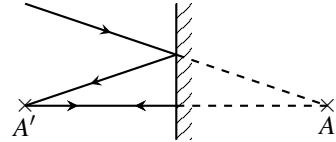


Corrigés

Application 1

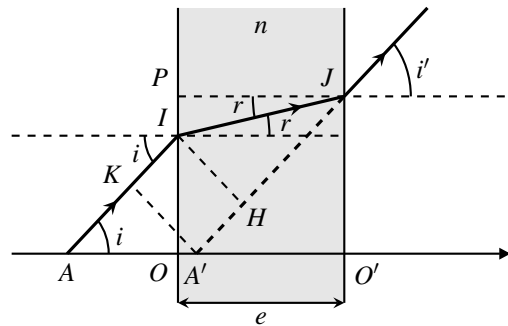
Le point objet A est virtuel donc on trace deux rayons incidents dont les **prolongements** se croisent derrière le miroir. Après réflexion on constate que les rayons émergents réels se croisent en A' : l'image est **réelle**.



Application 2

1. On trace la marche d'un rayon lumineux issu de A et traversant la vitre en arrivant sous une incidence i . On note A' l'image obtenue après deux réfractions successives.

2. On note r l'angle de réfraction en I . Il est égal à l'angle d'incidence en J (angles alternes-internes). On note i' l'angle de réfraction en J . On applique les lois de la réfraction en I et J :



$$\sin i = n \sin r = \sin i' \iff i = i'$$

Le rayon incident et le rayon émergent sont parallèles (voir exercice 7 du chapitre 1).

• On note H le projeté orthogonal de I sur le prolongement du rayon émergent et K le projeté orthogonal de A' sur le rayon incident. Par construction $IH = A'K$.

• Dans le triangle IJP rectangle en P on peut écrire $IJ = \frac{e}{\cos r}$.

• Dans le triangle IJH rectangle en H on identifie que $i' = r + \widehat{IJH}$ (angles opposés par le sommet). On en déduit que $\widehat{IJH} = i - r$ puis que $IH = IJ \sin(i - r) = \frac{\sin(i - r)}{\cos r} e = A'K$.

• Dans le triangle $AA'K$ rectangle en K on peut écrire $\overline{AA'} = \frac{A'K}{\sin i} = \frac{\sin(i - r)}{\sin i \cos r} e$.

• On simplifie dans les conditions de Gauss : $\overline{AA'} = \frac{i - r}{i} e = \left(1 - \frac{r}{i}\right) e$. On simplifie également

la loi de la réfraction : $i = nr \iff \frac{r}{i} = \frac{1}{n}$. On conclut : $\boxed{\overline{AA'} = \left(1 - \frac{1}{n}\right) e}$.

Exercice 1 : Appareil photo numérique

On mesure la qualité de l'image à la restitution des détails et des contrastes (on appelle cela le *piqué*). À $f/2,8$ il y a une nette dégradation quand on s'éloigne du centre du capteur, le piqué est très bon au centre et mauvais sur les bords. En comparaison à $f/8$ le piqué est un peu moins bon au centre et meilleur sur les bords ; il y a un écart entre le centre et les bords mais celui-ci est moins franc qu'à $f/2,8$. À $f/22$ on ne distingue pas de différence entre le centre et les bords, le piqué est mauvais partout.

Ces observations mettent en évidence deux défauts de l'objectif utilisé : un écart au **stigmatisme** (dégradation homogène du piqué sur l'ensemble du capteur) et à l'**aplanétisme** (dégradation du piqué quand on s'éloigne du centre du capteur).

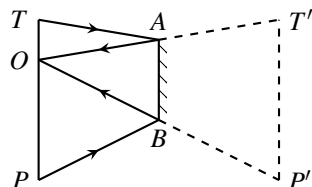
Le résultat est le plus satisfaisant au centre du capteur pour l'ouverture $f/2,8$. Il y a deux raisons qui provoquent une dégradation du piqué pour les autres configurations :

- plus le diaphragme est ouvert et plus **on s'éloigne des conditions de Gauss**, notamment pour les rayons qui atteignent les bords du capteur. L'aplanétisme est moins bon pour les plus grandes ouvertures, ce qui se caractérise par une baisse sensible du piqué quand on s'éloigne du centre du capteur, comme on peut le voir sur l'image prise à $f/2,8$;
- plus le diaphragme est fermé et plus **la diffraction est importante**. Le piqué baisse alors sur l'ensemble du capteur, comme on peut le voir au centre de l'image en comparant $f/22$ et $f/8$ à $f/2,8$.

En photographie le choix de l'ouverture résulte d'un compromis entre plusieurs contraintes : qualité d'image, luminosité, profondeur de champ, etc.

Exercice 2 : Taille d'un miroir plan

Une personne se tenant devant le miroir est modélisée par un segment allant des pieds P à la tête T . L'œil est placé en O . On représente schématiquement la situation limite, dans laquelle le miroir est juste assez grand pour que l'observateur arrive à voir l'image de ses pieds P' et de sa tête T' .



L'image $P'T'$ est le symétrique de PT par rapport au miroir, ce qui signifie que $OA = \frac{1}{2}OT'$. Comme les triangles OAB et $OP'T'$ sont semblables on peut appliquer le théorème de Thalès :

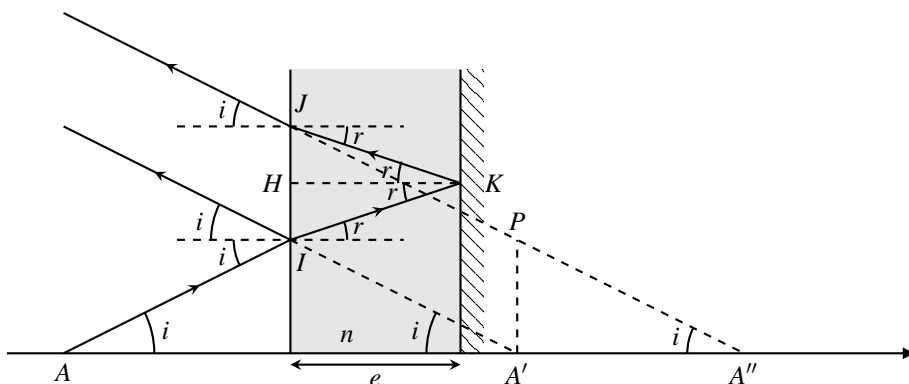
$$\frac{AB}{P'T'} = \frac{OA}{OT'} = \frac{1}{2}$$

La taille du miroir est la moitié de celle de l'image, donc la moitié de celle de l'observateur. En conclusion, une personne de taille h peut se voir entièrement dans un miroir plan à condition que celui-ci ait une taille **au moins égale à** $\boxed{h/2}$.

Exercice 3 : Réflexion sur une lame de verre

1. On représente ci-dessous la marche du rayon se réfléchissant sur le dioptre d'entrée. L'image A' est à l'intersection du prolongement du rayon émergent et de l'axe optique : elle est **virtuelle**.

2. On se rapporte à nouveau au schéma ci-dessous. L'image A'' est à nouveau virtuelle.



3. On note r l'angle de réfraction en I . Il est égal à l'angle d'incidence en K (angles alternés-internes). On retrouve, par la loi de la réflexion puis à nouveau des angles alternés-internes, que l'angle d'incidence en J est égal à r . Enfin, la loi de la réfraction en I et J permet de conclure que l'angle de réfraction en J est égal à i .

Or, le rayon qui se réfléchit directement sur la face d'entrée de la lame émerge également sous un angle i . On conclut que **les deux rayons émergents sont parallèles**.

Pour la suite du raisonnement on construit le point P de sorte que $A'P = IJ$.

- Dans le triangle IKH rectangle en H : $IH = e \tan r \implies IJ = 2IH = 2e \tan r$.
- Dans le triangle $A'A''P$ rectangle en A' : $\overline{A'A''} = \frac{A'P}{\tan i} = \frac{IJ}{\tan i} = \frac{2e \tan r}{\tan i}$. Dans les conditions de Gauss cette relation devient $\overline{A'A''} = 2e \frac{r}{i}$.
- On simplifie également la loi de la réfraction : $\sin i = n \sin r \xrightarrow{\text{CG}} i = nr \iff \frac{r}{i} = \frac{1}{n}$.

On conclut que $\boxed{\overline{A'A''} = \frac{2e}{n}}$.

4. En théorie un observateur placé devant le miroir voit les deux images A' et A'' (il en voit même une infinité puisqu'il peut y avoir des réflexions multiples dans la lame avant que la lumière en sorte). Toutefois ces images n'ont pas toutes la même luminosité. Lorsque la lumière atteint un dioptre, la fraction de l'énergie lumineuse qui est réfractée est généralement très supérieure à celle qui est réfléchie. Ainsi l'image A' (obtenue par réflexion) et moins lumineuse que A'' (double réfraction). En pratique **l'observateur voit uniquement A''** .

Exercice 4 : Dioptre sphérique, lentille boule

1. Dans les triangles AHI et CHI , on peut écrire :

$$\tan \alpha \simeq \alpha = -\frac{\overline{HI}}{\overline{HA}} \simeq -\frac{\overline{HI}}{\overline{OA}} \quad \text{et} \quad \tan \gamma \simeq \gamma = \frac{\overline{HI}}{\overline{HC}} \simeq \frac{\overline{HI}}{\overline{R}}$$

ce qui revient à dire que : $\overline{HI} = -\alpha \overline{OA} = \gamma R \iff \boxed{\gamma = -\frac{\overline{OA}}{R} \alpha}$.

2. Dans le triangle AIC : $\widehat{AIC} = \pi - i$. On somme les angles :

$$\alpha + \pi - i + \gamma = \pi \iff \boxed{i = \alpha + \gamma}$$

3. Dans le triangle ICA' , $\widehat{ICA'} = \pi - \gamma$. On somme les angles :

$$r + \pi - \gamma + \beta = \pi \iff \boxed{\gamma = r + \beta}$$

On en déduit que $\beta = \gamma - r = -\frac{\overline{OA}}{R} \alpha - r$. D'après la loi de la réfraction en I : $i = nr$ (dans les conditions de Gauss), ce qui amène à :

$$\beta = -\frac{\overline{OA}}{R} \alpha - \frac{i}{n} = -\frac{\overline{OA}}{R} \alpha - \frac{1}{n} (\alpha + \gamma) = -\frac{\overline{OA}}{R} \alpha - \frac{1}{n} \left(\alpha - \frac{\overline{OA}}{R} \alpha \right)$$

Après simplifications, on obtient la relation suivante : $\boxed{\beta = -\frac{\alpha}{n} \left[\frac{(n-1)\overline{OA}}{R} + 1 \right]}$.

4. Dans le triangle $A'HI$, on peut écrire : $\tan \beta \simeq \beta = -\frac{\overline{HI}}{\overline{HA'}} \simeq \frac{\overline{HI}}{\overline{OA'}}$.

En utilisant les calculs de la question 1, on trouve : $-\alpha \overline{OA} = \beta \overline{OA'}$. En utilisant l'expression de β obtenue à la question précédente, il vient que :

$$-\alpha \overline{OA} = -\frac{\alpha}{n} \left[\frac{(n-1)\overline{OA}}{R} + 1 \right] \overline{OA'} \iff n \overline{OA} = \frac{n-1}{R} \overline{OA} \cdot \overline{OA'} + \overline{OA'}$$

En divisant cette équation par $\overline{OA} \cdot \overline{OA'}$, on arrive au résultat attendu : $\boxed{\frac{n}{O_1 A'} - \frac{1}{O_1 A} = \frac{n-1}{R}}$.

5. Dans le cas où l'objet est à l'infini sur l'axe optique la relation de conjugaison du dioptré d'entrée se simplifie :

$$\frac{n}{O_1 A'} = \frac{n-1}{R} \iff \overline{O_1 A'} = \frac{nR}{n-1}$$

On détermine $\overline{O_2 A'}$ en écrivant une relation de Chasles :

$$\overline{O_2 A'} = \overline{O_2 O_1} + \overline{O_1 A'} = -2R + \frac{nR}{n-1} = \frac{2-n}{n-1} R$$

On utilise la deuxième relation de conjugaison pour situer l'image finale :

$$\frac{1}{\overline{O_2 F'}} = \frac{n}{\overline{O_2 A'}} + \frac{n-1}{R} = \frac{n(n-1)R}{(2-n)R} + \frac{n-1}{R} = \frac{2(n-1)}{(2-n)R} R$$

On détermine enfin la distance focale de la lentille boule :

$$f' = \overline{CF'} = \overline{CO_2} + \overline{O_2 F'} = R + \frac{2-n}{2(n-1)} R \iff \boxed{f' = \frac{nR}{2(n-1)}}$$