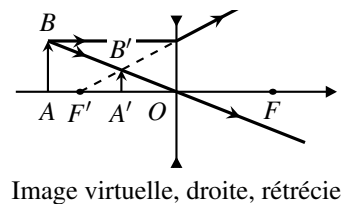
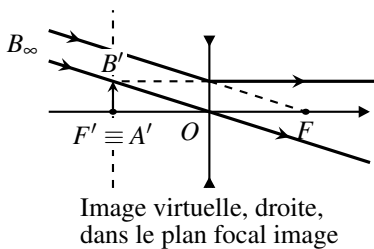
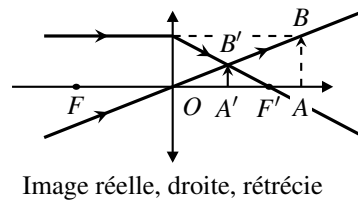
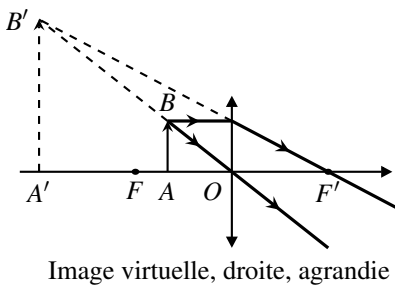
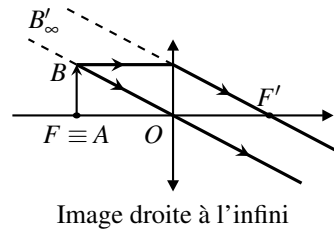
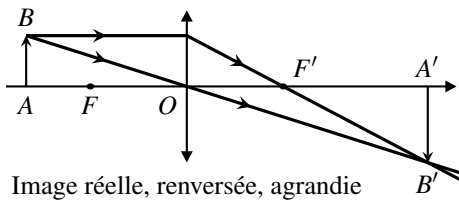
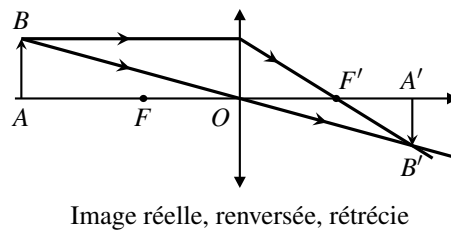
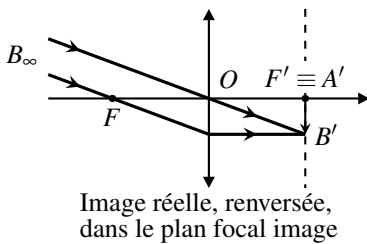


Corrigés

Application 1

1. La vergence vaut $V = 1/f' = -2 \delta$. Elle est négative donc la lentille est **divergente**.
2. Plus une lentille est convergente et plus elle dévie la lumière donc plus sa distance focale est faible et sa vergence importante. La lentille de vergence 10δ est la plus convergente.

Application 2



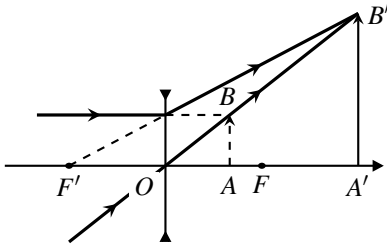


Image réelle, droite, agrandie

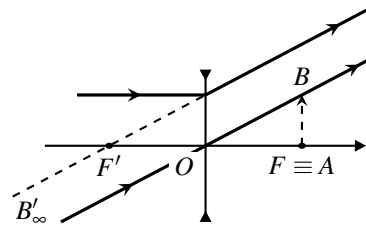


Image renversée à l'infini

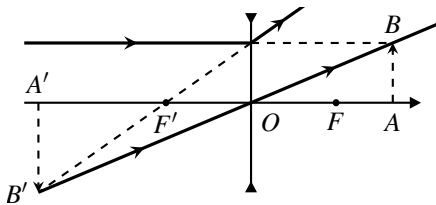


Image virtuelle, renversée, agrandie

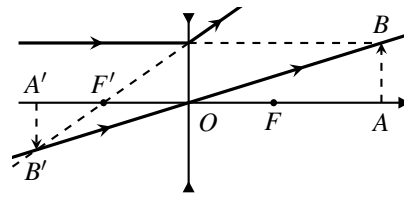


Image virtuelle, renversée, rétrécie

Application 3

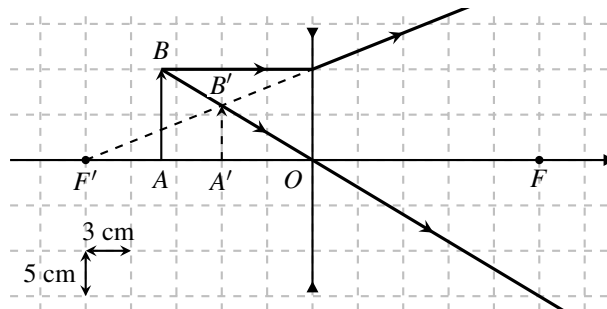
On détermine la position et la taille de l'image :

$$\overline{F'A'} = -\frac{f'^2}{FA} = 9 \text{ cm}$$

et

$$\overline{A'B'} = \gamma \overline{AB} = \frac{f'}{FA} \overline{AB} = 6 \text{ cm}$$

On confirme ces résultats avec une construction géométrique :

**Application 4**

1. Dans un premier temps notons que l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente est **renversée**, ce qui signifie que $\gamma = -5$.

- Position de la lentille : On calcule $\overline{F'A'}$ avec une relation de grandissement :

$$\gamma = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} \iff \overline{F'A'} = -\gamma f' = 1,5 \text{ m}$$

On en déduit que $\overline{OA'} = \overline{OF'} + \overline{F'A'} = f' + \overline{F'A'} \iff \boxed{\overline{OA'} = 1,8 \text{ m}}$. La lentille doit être placée 1,8 m devant l'écran.

- Position de l'objet : On utilise la relation de conjugaison de Descartes :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \iff \overline{OA} = \frac{f' \overline{OA'}}{f' - \overline{OA'}} = -36 \text{ cm}$$

On en déduit que : $\boxed{\overline{AA'} = \overline{OA'} - \overline{OA} = 2,16 \text{ m}}$. L'objet doit être placé à 2,16 m de l'écran.

2. Le grandissement est maximal lorsque l'écran est le plus loin de la lentille ($\overline{OA'} = 1,5 \text{ m}$) :

$$\overline{F'A'} = \overline{OA'} - f' = 1,2 \text{ m} \implies \gamma = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} = -4$$

Les dimensions maximales de l'image du document sont : $\boxed{84 \times 119 \text{ cm}}$.

Application 5

1. On écrit les relations de Descartes pour les deux lentilles :

- Première lentille ($A \xleftrightarrow{L_1} A'$) : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'_1}$ (1).

- Deuxième lentille ($A' \xleftrightarrow{L_2} A''$) : $\frac{1}{\overline{OA''}} - \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f'_2}$ (2).

Avec (1) + (2) on obtient l'équation : $\frac{1}{\overline{OA''}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2}$. Elle relie directement les positions de A et A'' donc il s'agit de **la relation de conjugaison pour l'association** $\{L_1 + L_2\}$.

Si A et A'' étaient conjugués par une lentille unique on aurait : $\frac{1}{\overline{OA''}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'_{\text{eq}}}$.

Par analogie l'association $\{L_1 + L_2\}$ est équivalente à une lentille unique telle que :

$$\frac{1}{f'_{\text{eq}}} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} \iff \boxed{V_{\text{eq}} = V_1 + V_2}$$

2. On calcule la distance focale équivalente : $f'_{\text{eq}} = \frac{f'_1 f'_2}{f'_1 + f'_2} = 60 \text{ cm}$. Elle est positive donc la lentille équivalente est **convergente**.

3. On note $\overline{OA} = -50 \text{ cm}$ la position de l'objet, $\overline{OA'_1}$ la position de son image par L_1 et $\overline{OA'}$ la position de son image par la lentille équivalente L_{eq} correspondant à l'association $\{L_1 + L_2\}$. On note également γ_1 de grandissement par L_1 et γ le grandissement par L_{eq} .

- Il faut reculer l'écran de 10 cm après avoir accolé L_2 donc $\overline{A'_1 A'} = \overline{OA'} - \overline{OA'_1} = 10 \text{ cm}$.
- L'image par L_{eq} est deux fois plus grande que l'image par L_1 donc :

$$\gamma = 2\gamma_1 \iff \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = 2 \frac{\overline{OA'_1}}{\overline{OA}} \iff \overline{OA'} = 2\overline{OA'_1}$$

On en déduit que : $\overline{A'_1 A'} = 2\overline{OA'_1} - \overline{OA'_1} = \overline{OA'_1} \iff \overline{OA'_1} = 10 \text{ cm}$ et $\overline{OA'} = 2\overline{OA'_1} = 20 \text{ cm}$.

- On écrit la relation de conjugaison de Descartes pour L_1 :

$$\frac{1}{\overline{OA'_1}} - \frac{1}{\overline{OA}} = V_1 \iff \boxed{V_1 = \frac{\overline{OA} - \overline{OA'_1}}{\overline{OA} \times \overline{OA'_1}} = 12 \delta}$$

puis L_{eq} :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = V_1 + V_2 \iff \boxed{V_2 = \frac{\overline{OA} - \overline{OA'}}{\overline{OA} \times \overline{OA'}} - V_1 = -5 \delta}$$

Application 6

Dans tout l'exercice on considérera un œil qui fait une mise au point de sorte que l'image se forme dans le plan de la rétine : $\overline{OA'} = d$.

1. On note respectivement V_{PR} et V_{PP} la vergence du cristallin lorsqu'il est au repos et lorsqu'il est à son maximum d'accommodation.

• Le PR est à l'infini donc, au repos, la rétine est située dans le plan focal image du cristallin :

$$d_0 = f'_{PR} \iff \boxed{V_{PR} = \frac{1}{d_0} = 62,5 \delta}.$$

• On note $L_m = -\overline{OPP} = 25$ cm la distance minimale de mise au point. On écrit la relation de

conjugaison de Descartes : $V_{PP} = \frac{1}{OA'} - \frac{1}{\overline{OPP}} \iff \boxed{V_{PP} = \frac{1}{d_0} + \frac{1}{L_m} = 66,5 \delta}.$

2. On détermine la position du PR, qui correspond à un œil au repos (vergence V_{PR}) :

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{\overline{OPR}} = V_{PR} \iff \overline{OPR} = \frac{d}{1 - dV_{PR}} = -33,6 \text{ cm}$$

De même on trouve : $\overline{OPP} = \frac{d}{1 - dV_{PP}} = -14,3 \text{ cm}.$

La plage d'accommodation de cet œil myope s'étend de **33,6 cm à 14,3 cm**.

La personne voit flou au-delà de 33,6 cm, par conséquent **la myopie empêche d'avoir une bonne vision de loin**. Puisque la rétine est plus éloignée que pour un œil emmétrope, il faudrait que le cristallin soit **moins convergent** pour compenser. Le verre correcteur doit donc aider à rendre l'œil moins convergent ; on utilise **des verres divergents**.

Le PP est plus proche que pour un œil emmétrope donc **la myopie facilite la vision de près**.

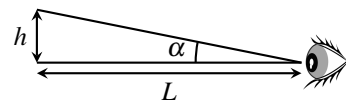
3. Pour corriger la vision de loin il faut que la rétine se trouve dans le plan focal image de l'association {verre + cristallin} quand l'œil est au repos :

$$f'_{eq} = d \iff V_{eq} = V_{\ell} + V_{PR} = \frac{1}{d} \iff \boxed{V_{\ell} = \frac{1}{d} - V_{PR} = \frac{1}{d} - \frac{1}{d_0} = -3,0 \delta}$$

4. On détermine la position du PP de l'œil corrigé : $\boxed{\overline{OPP} = \frac{d}{1 - d(V_{\ell} + V_{PP})} = -25 \text{ cm}}.$

Application 7

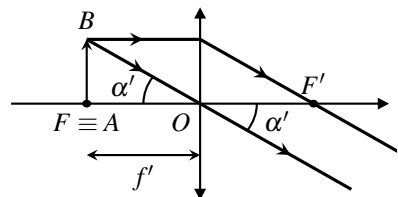
1. L'angle α est suffisamment faible pour effectuer une approximation au premier ordre : $\tan \alpha \simeq \alpha = \frac{h}{L}$.



L'application numérique (avec $h = 155 \mu\text{m}$) donne $\boxed{\alpha = 1,9 \cdot 10^{-4} \text{ rad} = 0,67'}$.

La taille angulaire des pixels est inférieure au pouvoir séparateur de l'œil : $\alpha < 1'$. **On ne peut pas distinguer les pixels à l'œil nu.**

2. L'observation est confortable pour un œil emmétrope si l'image est renvoyée à l'infini. Pour cela il faut placer l'écran LCD **dans le plan focal objet de la loupe**. L'image est alors vue nette quelque soit la position de l'œil derrière la lentille.



3. La taille angulaire de l'image vaut $\boxed{\alpha' = \frac{h}{f'}}$.

4. On calcule la taille $h_{\min}$ du plus petit détail visible à travers la loupe, vu sous un angle égal au pouvoir séparateur ($\alpha' = 1'$) : $h_{\min} = \alpha' f' = 15 \mu\text{m}$.

Les dimensions d'un pixel individuel sont supérieures à $h_{\min}$ donc **il est possible de voir l'image des pixels individuels à travers la loupe**.

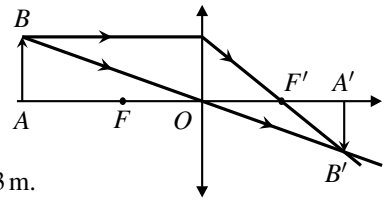
5. Le grossissement commercial d'une loupe compare la taille angulaire d'un objet vu à l'œil nu et celui de son image vue à travers la loupe. Cela permet de comprendre à quel point l'utilisation de la loupe est avantageuse par rapport à une observation à l'œil nu. Or, en l'absence de loupe, un observateur place spontanément l'objet le plus près possible de lui afin de mieux voir ses détails. Il le place donc au niveau du PP, c'est-à-dire à environ 25 cm de l'œil, c'est pourquoi cette distance est choisie comme référence pour la vision à l'œil nu.

La taille angulaire d'un objet de taille h vu à l'œil nu à la distance d_m vaut $\alpha = \frac{h}{d_m}$ (question

1). Le grossissement commercial de la loupe vaut donc : $G = \frac{h}{f'} \times \frac{d_m}{h} \iff G = \frac{d_m}{f'} = 5$.

Application 8

1. On représente schématiquement la situation sur la figure ci-contre (pas à l'échelle). On a $\overline{OA} = -4\text{ m}$ et $\overline{AB} = 1,70\text{ m}$. On détermine la taille de l'image en utilisant une relation de grandissement :



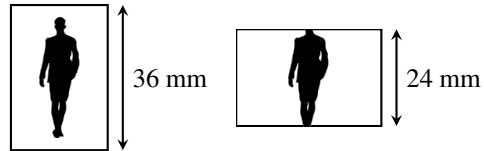
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{f'}{\overline{FA}}, \text{ avec } \overline{FA} = \overline{FO} + \overline{OA} = f' + \overline{OA} = -3,93\text{ m}.$$

On trouve $\overline{A'B'} = \frac{f'}{\overline{FA}} \overline{AB} = -30\text{ mm}$. L'image est renversée et sa taille est de 30 mm.

La taille de l'image est telle que :

$$24\text{ mm} < 30\text{ mm} < 36\text{ mm}.$$

La personne tient entièrement dans le cadre en mode portrait, pas en mode paysage.



2. Lorsque la mise au point est faite sur l'infini, le capteur se trouve dans le plan focal image de la lentille : $d_{\infty} = f' = 70\text{ mm}$.

3. On cherche la position $\overline{OA}$ de l'objet qui correspond à $\overline{OA'} = 88\text{ mm}$. On écrit la relation de conjugaison de Descartes : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \iff \overline{OA} = \frac{f' \times \overline{OA'}}{f' - \overline{OA'}} = -34\text{ cm}$.

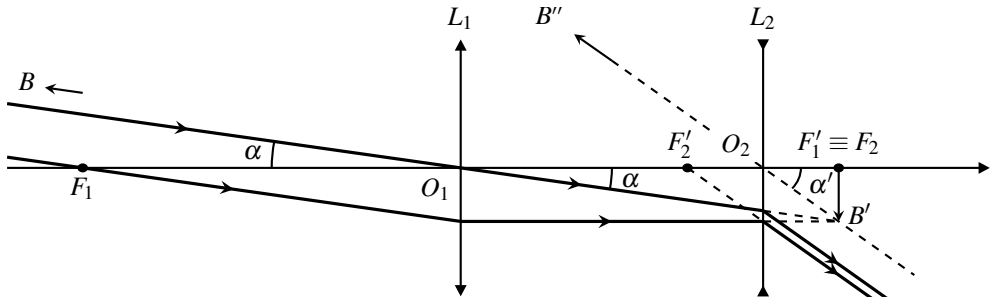
La distance minimale de mise au point de cet objectif est de **34 cm**.

Application 9

1. La lunette est afocale à condition que $\overline{O_1O_2} = f'_1 + f'_2 = 675\text{ mm}$ (le plan focal image de $(\mathcal{L}_1)$ est confondu avec le plan focal objet de $(\mathcal{L}_2)$).

2. On effectue la construction sans respecter rigoureusement les proportions pour une meilleure lisibilité (voir page suivante).

Contrairement à la lunette astronomique l'image formée par une lunette de Galilée est **droite**.



3. On exprime le grossissement de la lunette. Dans les triangles rectangles $O_1F_1'B'$ et $O_2F_1'B'$ on peut écrire :

$$\tan \alpha \simeq \alpha = \frac{F_1'B'}{f_1} \quad \text{et} \quad \tan \alpha' \simeq \alpha' = \frac{F_1'B'}{-f_2'} \quad \text{d'où} \quad G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f_1'}{f_2'} = 28$$

On détermine la taille minimale $h_{\min}$ d'un cratère lunaire visible à travers la lunette ($\alpha' = 1'$) :

$$\alpha = \frac{h_{\min}}{D} = \frac{\alpha'}{G} \iff h_{\min} = \frac{D\alpha'}{G} = 4 \text{ km}$$

Exercice 1 : Méthode de Bessel

1. On a montré dans l'exemple 3.4 que x est solution de : $x^2 + Dx + Df' = 0$. On est dans le cas $D > 4f'$ donc le discriminant $\Delta = D^2 - 4Df'$ est strictement positif. L'équation a deux solutions réelles, ce qui signifie qu'il existe deux positions de la lentille permettant de conjuguer l'objet avec l'écran.

$$x_1 = \frac{-D - \sqrt{D^2 - 4Df'}}{2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-D + \sqrt{D^2 - 4Df'}}{2}$$

2. La distance entre ces positions vaut : $d = x_2 - x_1 = \sqrt{D^2 - 4Df'} \iff f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$.

3. On a $D = \overline{AA'} = \overline{OA'} - \overline{OA} \iff \overline{OA'} = D + x$. On calcule le grandissement pour les positions x_1 et x_2 de la lentille :

$$\gamma_1 = \frac{\overline{O_1A'}}{\overline{O_1A}} = \frac{D+x_1}{x_1} = \frac{-D + \sqrt{D^2 - 4Df'}}{D + \sqrt{D^2 - 4Df'}} \quad \text{et} \quad \gamma_2 = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A}} = \frac{D+x_2}{x_2} = \frac{D + \sqrt{D^2 - 4Df'}}{-D + \sqrt{D^2 - 4Df'}}$$

Les grandissements sont inverses l'un de l'autre : $\gamma_1 \gamma_2 = 1$. Cela signifie que dans une position de la lentille l'image est agrandie et dans l'autre, elle est rétrécie.

Exercice 2 : Capteur d'empreinte digitale

1. Le grandissement est fixé : $\gamma = \frac{p'}{p} \implies p' = \gamma p$. La distance D est également fixée :

$$D = \overline{AA'} = p' - p = (\gamma - 1)p \iff p = \frac{D}{\gamma - 1}$$

On écrit la relation de conjugaison de Descartes :

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{p} \left(\frac{1}{\gamma} - 1 \right) = \frac{\gamma - 1}{D} \times \frac{1 - \gamma}{\gamma} \iff f' = -\frac{\gamma D}{(1 - \gamma)^2}$$

2. L'image est deux fois plus grande que l'objet donc $|\gamma| = 2$. Or l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente est renversée donc $\gamma = -2$. On trouve alors : $p = -33 \text{ mm}$ et $f' = 22 \text{ mm}$.

3. γ est négatif donc on peut écrire $f' = \frac{|\gamma|D}{(1+|\gamma|)^2}$. On étudie les variations de f' avec $|\gamma|$:

$$\frac{df'}{d|\gamma|} = D \frac{(1+|\gamma|)^2 - 2(1+|\gamma|)|\gamma|}{(1+|\gamma|)^4} = D \frac{1-|\gamma|^2}{(1+|\gamma|)^4}$$

On veut que l'image soit agrandie donc $|\gamma| > 1 \iff \frac{df'}{d|\gamma|} < 0$.

On conclut que plus le grandissement souhaité est élevé et **plus la distance focale doit être faible**. En pratique on est limité par le fait qu'une **lentille de courte distance focale présente plus facilement des aberrations géométriques et chromatiques**.

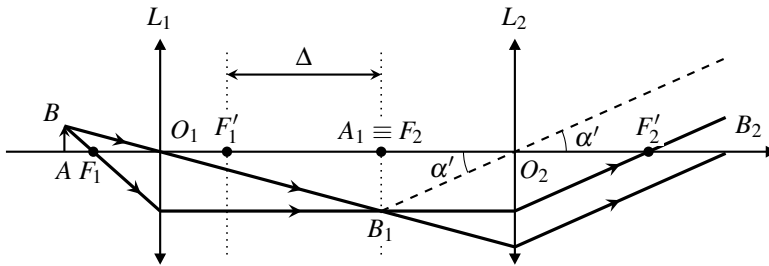
Exercice 4 : Microscope

1. Pour un observateur dont la vision n'a pas de défaut (emmétrope), il est important que l'image finale se situe à l'infini car cela lui permet d'observer cette image **sans accommoder**. Pour que cela se produise il faut que **l'image intermédiaire A_1B_1 se forme dans le plan focal**

objet de l'oculaire : $A \xleftrightarrow{(L_1)} A_1 \equiv F_2 \xleftrightarrow{(L_2)} A_{2\infty}$. On écrit la relation de conjugaison de Newton pour l'objectif L_1 :

$$\overline{F_1A} \times \overline{F_1'F_2} = -f_1'^2 \iff \overline{AF_1} = \frac{f_1'^2}{\Delta} = 6,7 \mu\text{m}$$

2. On construit l'image de AB par le microscope (pas à l'échelle).



3. Dans le triangle rectangle $O_2F_2B_1$ on écrit : $\tan \alpha' \simeq \alpha' = \frac{A_1B_1}{f_2'}$.

On écrit une relation de grandissement pour L_1 : $A_1B_1 = |\gamma_1|AB = \left| \frac{\overline{F_1'F_2}}{f_1'} \right| AB = \frac{\Delta}{f_1'} AB$.

On en déduit l'expression de la puissance intrinsèque du microscope : $P_i = \frac{\Delta}{f_1'f_2'}$.

4. Pour pouvoir observer les grains il faut que la taille angulaire α' de leur image par le microscope soit supérieure au **pouvoir séparateur de l'œil**, qui vaut environ $1'$.

La taille d'un grain est mesurée par son diamètre $2r$: $P_i = \frac{\alpha'}{2r} = 7,3 \cdot 10^2 \delta$.

Pour évaluer la puissance intrinsèque d'un microscope usuel, on prend les valeurs de Δ , f'_1 et f'_2 données dans l'énoncé. On obtient : $P_i = \frac{\Delta}{f'_1 f'_2} = 7,5 \cdot 10^3 \delta$.

La puissance intrinsèque d'un microscope usuel est suffisante pour pouvoir observer les grains avec un œil emmétrope.