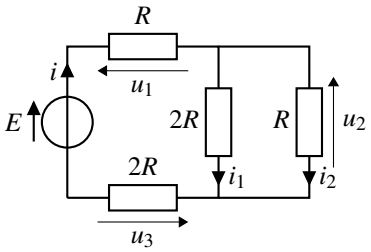
Corrigé DM5

Exercice : Circuit électrique



1. On annote le schéma avec les tension u_1, u_2 et u_3 (même tension u_2 aux bornes des deux résistors en dérivation), ainsi qu'avec les intensités i_1 et i_2. En ajoutant l'intensité i, cela fait **6 inconnues** pour ce circuit. On rappelle que les tensions et intensités sont choisies dans un sens **arbitraire** (sauf i bien sûr, qui était déjà indiqué).

2. Pour obtenir un système que l'on peut résoudre, on a besoin d'écrire 6 équations. Il s'agira d'une loi des nœuds, une loi des mailles et quatre lois d'Ohm (une par résistor). On fait bien attention aux conventions et à utiliser les bonnes notations dans nos lois.

- Loi des mailles : $E = u_1 + u_2 + u_3$.
- Loi des nœuds : $i = i_1 + i_2$.
- Lois d'Ohm : $u_1 = Ri$, $u_2 = 2Ri_1$, $u_2 = Ri_2$, $u_3 = 2Ri$.

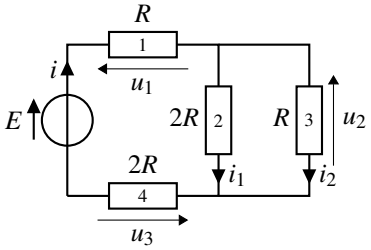
3. On résout ce système avec pour objectif de calculer i. Dans un premier temps on réduit le système à trois équations vérifiées par les trois intensités.

- On garde la loi des nœuds.
- En remplaçant les tensions dans la loi des mailles on trouve : $E = 2Ri_1 + 3Ri$.
- On a $u_2 = 2Ri_1 = Ri_2 \iff i_2 = 2i_1$.

On résume le système obtenu : $\begin{cases} E = 2Ri_1 + 3Ri & (1) \\ i = i_1 + i_2 & (2) \\ i_2 = 2i_1 & (3) \end{cases}$.

En utilisant (2) et (3) on trouve : $i = 3i_1 \iff i_1 = \frac{i}{3}$.

En injectant dans (1) on conclut que : $E = \frac{2R}{3}i + 3Ri = \frac{11R}{3}i \iff \boxed{i = \frac{3E}{11R} = 60\,\text{mA}}$.



4. On numérote les résistors pour clarifier les calculs. D'après le résultat de la question précédente on trouve que $i_1 = \frac{i}{3} = 20\,\text{mA}$ et $i_2 = 2i_1 = 40\,\text{mA}$. On calcule les puissances reçues par chaque résistor :

- $\mathscr{P}_1 = Ri^2 = 0,18\,\text{W}$ • $\mathscr{P}_2 = 2Ri_1^2 = 0,04\,\text{W}$.
- $\mathscr{P}_3 = Ri_2^2 = 0,08\,\text{W}$ • $\mathscr{P}_4 = 2Ri^2 = 0,36\,\text{W}$.

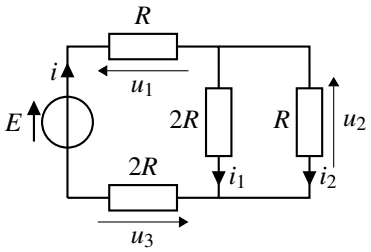
La puissance fournie par le générateur vaut $\mathscr{P}_g = Ei = 0,66\,\text{W}$.

On constate qu'elle est exactement égale à la somme des puissances reçues par les résistors : $0,18 + 0,04 + 0,08 + 0,36 = 0,66\,\text{W}$.

On s'y attendait, par conservation de l'énergie électrique dans le circuit.

Corrigé DM5

Exercice : Circuit électrique



1. On annote le schéma avec les tension u_1, u_2 et u_3 (même tension u_2 aux bornes des deux résistors en dérivation), ainsi qu'avec les intensités i_1 et i_2. En ajoutant l'intensité i, cela fait **6 inconnues** pour ce circuit. On rappelle que les tensions et intensités sont choisies dans un sens **arbitraire** (sauf i bien sûr, qui était déjà indiqué).

2. Pour obtenir un système que l'on peut résoudre, on a besoin d'écrire 6 équations. Il s'agira d'une loi des nœuds, une loi des mailles et quatre lois d'Ohm (une par résistor). On fait bien attention aux conventions et à utiliser les bonnes notations dans nos lois.

- Loi des mailles : $E = u_1 + u_2 + u_3$.
- Loi des nœuds : $i = i_1 + i_2$.
- Lois d'Ohm : $u_1 = Ri$, $u_2 = 2Ri_1$, $u_2 = Ri_2$, $u_3 = 2Ri$.

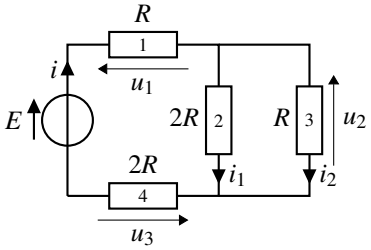
3. On résout ce système avec pour objectif de calculer i. Dans un premier temps on réduit le système à trois équations vérifiées par les trois intensités.

- On garde la loi des nœuds.
- En remplaçant les tensions dans la loi des mailles on trouve : $E = 2Ri_1 + 3Ri$.
- On a $u_2 = 2Ri_1 = Ri_2 \iff i_2 = 2i_1$.

On résume le système obtenu : $\begin{cases} E = 2Ri_1 + 3Ri & (1) \\ i = i_1 + i_2 & (2) \\ i_2 = 2i_1 & (3) \end{cases}$.

En utilisant (2) et (3) on trouve : $i = 3i_1 \iff i_1 = \frac{i}{3}$.

En injectant dans (1) on conclut que : $E = \frac{2R}{3}i + 3Ri = \frac{11R}{3}i \iff \boxed{i = \frac{3E}{11R} = 60\,\text{mA}}$.



4. On numérote les résistors pour clarifier les calculs. D'après le résultat de la question précédente on trouve que $i_1 = \frac{i}{3} = 20\,\text{mA}$ et $i_2 = 2i_1 = 40\,\text{mA}$. On calcule les puissances reçues par chaque résistor :

- $\mathscr{P}_1 = Ri^2 = 0,18\,\text{W}$ • $\mathscr{P}_2 = 2Ri_1^2 = 0,04\,\text{W}$.
- $\mathscr{P}_3 = Ri_2^2 = 0,08\,\text{W}$ • $\mathscr{P}_4 = 2Ri^2 = 0,36\,\text{W}$.

La puissance fournie par le générateur vaut $\mathscr{P}_g = Ei = 0,66\,\text{W}$.

On constate qu'elle est exactement égale à la somme des puissances reçues par les résistors : $0,18 + 0,04 + 0,08 + 0,36 = 0,66\,\text{W}$.

On s'y attendait, par conservation de l'énergie électrique dans le circuit.