

Colle n°5

NOMBRES COMPLEXES

I Corps des nombres complexes

1. Forme algébrique d'un nombre complexe
2. Opérations dans $\mathbb{C}$
3. Représentation géométrique des nombres complexes
4. Conjugaison

II Forme trigonométrique d'un nombre complexe

1. Module d'un nombre complexe
2. Nombres complexes de module 1
3. Arguments d'un nombre complexe non nul

III Application à la trigonométrie

1. Expression de $\cos n\theta$ et $\sin n\theta$ en fonction de $\cos \theta$ et $\sin \theta$
2. Linéarisation de $\cos^n \theta$ et de $\sin^n \theta$
3. Transformation de $a \cos x + b \sin x$ en $A \cos(x - \varphi)$
4. Factorisation de $1 + e^{i\theta}$ et de $e^{ia} + e^{ib}$
5. Calcul de $\sum_{k=0}^n \cos kx$ et de $\sum_{k=0}^n \sin kx$

IV Équations dans $\mathbb{C}$

1. Racines n^e de l'unité
2. Équation $z^n = a$ ($a \in \mathbb{C}$)
3. Cas particulier : racines carrées
4. Équation du second degré à coefficients complexes

V Exponentielle complexe

1. Définition
2. Propriétés

VI Nombres complexes et géométrie

1. Angle orienté de deux vecteurs
2. Alignement et orthogonalité

FONCTIONS USUELLES

I Généralités sur les fonctions

1. Ensemble de définition
2. Représentation graphique
3. Opérations et relation d'ordre
4. Composée de deux fonctions
5. Fonctions minorées, majorées, bornées
6. Monotonie d'une fonction
7. Parité d'une fonction
8. Périodicité
9. Bijection, fonction réciproque

II Dérivation

1. Dérivabilité
2. Interprétation graphique
3. Opérations sur les dérivées
4. Dérivée d'une composée
5. Dérivée d'une application réciproque
6. Dérivées successives

III Fonctions logarithme, exponentielle et puissances

1. Fonction logarithme népérien
2. Fonction exponentielle
3. Fonctions hyperboliques

Questions de cours :

- 1) Calcul de $\sum_{k=0}^n \cos kx$ et de $\sum_{k=0}^n \sin kx$ (proposition 17 page 11).
- 2) Équation du second degré à coefficients complexes (proposition 21 page 14).
- 3) Propriété fondamentale de $\ln$ (proposition 11 page 7).
- 4) Énoncé du théorème de dérivation des fonctions réciproques (corollaire 10 page 6) et application à $x \mapsto e^x$ (proposition 20 page 10).