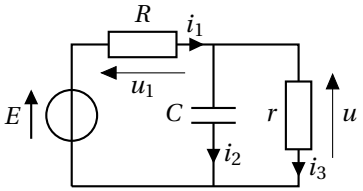
Corrigé DM7

Exercice : Oscillateur à relaxation



1. On trace le schéma équivalent du circuit.

On applique la loi des mailles : $E = u_1 + u$, puis on tire sur le fil.

Loi du condensateur : $i_2 = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$.

Loi d'Ohm (branche de droite) : $i_3 = \dfrac{u}{r}$.

Loi des nœuds : $i_1 = i_2 + i_3 = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u}{r}$.

Loi d'Ohm (branche de gauche) : $u_1 = Ri_1 = RC\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \dfrac{R}{r}u$.

On revient à la loi des mailles : $E = RC\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \dfrac{R}{r}u + u \iff \boxed{\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \dfrac{r+R}{rRC}u = \dfrac{E}{RC}}$.

On identifie le temps caractéristique : $\boxed{\tau_a = \dfrac{rRC}{r+R}}$.

2. On résout l'équation.

Solution particulière : $\dfrac{r+R}{rRC}u_p = \dfrac{E}{RC} \iff u_p = E'$.

Solution générale : $u(t) = A\mathrm{e}^{-t/\tau_a} + E'$.

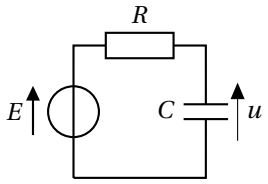
Condition initiale : $u(0^+) = u(0^-) = U_a = A + E' \iff A = U_a - E'$.

On conclut que : $\boxed{u(t) = (U_a - E')\mathrm{e}^{-t/\tau_a} + E'}$.

On détermine la date d'extinction :

$$u(t_1) = (U_a - E')\mathrm{e}^{-t_1/\tau_a} + E' = U_e \iff \boxed{t_1 = \tau_a \ln\frac{U_a - E'}{U_e - E'} = 0{,}18\,\mathrm{s}}$$

3. Une fois que le tube est éteint le circuit se comporte comme un simple circuit *RC* série. L'équation diiférentielle s'écrit : $\boxed{\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u}{RC} = \dfrac{E}{RC}}$ (voir cours pour la démo).



Le temps caractéristique vaut $\boxed{\tau_e = RC}$.

4. Solution particulière : $\dfrac{u_p}{RC} = \dfrac{E}{RC} \iff u_p = E$.

Solution générale : $u(t) = A\mathrm{e}^{-t/\tau_e} + E$.

Condition initiale : $u(0^+) = u(0^-) = U_e = A + E \iff A = U_e - E$.

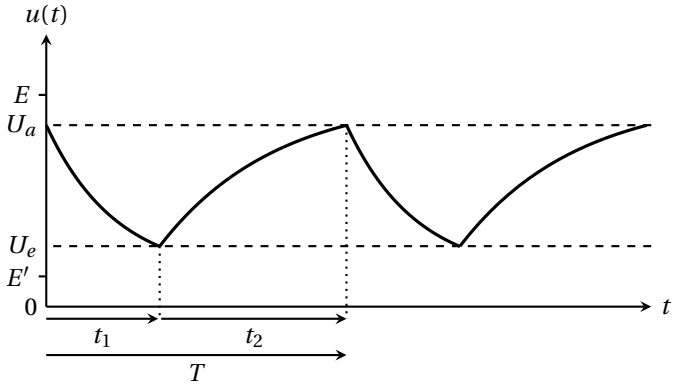
On conclut que : $\boxed{u(t) = (U_e - E)\mathrm{e}^{-t/\tau_e} + E}$.

On détermine la date d'allumage :

$$u(t_a) = (U_e - E)\mathrm{e}^{-t_2/\tau_e} + E = U_a \iff \boxed{t_2 = \tau_e \ln\frac{E - U_e}{E - U_a} = 0{,}77\,\mathrm{s}}$$

5. À la fin de ce régime transitoire on se retrouve exactement dans les conditions de la question 1. Ainsi le circuit entame un nouveau cycle au cours duquel la tension $u(t)$ oscille entre U_a et U_e.

Dans la première phase la tension décroit et tend vers $E' = 27{,}5\,\mathrm{V}$ tandis que dans la deuxième phase elle croît et tend vers $E = 110\,\mathrm{V}$. On trace l'allure du graphe ci-dessous.



6. La période des oscillations vaut : $\boxed{T = t_1 + t_2 = 0{,}95\,\mathrm{s}}$.