DM de physique n° 8

Exercice : Escalier en colimaçon

Un escalier en forme d'hélice, d'axe (Oz) et de hauteur H, a pour équations : $x = b\cos\theta$, $y = b\sin\theta$, $z = h\theta$ avec $0 \leq z \leq H$, b et h des constantes positives et θ la position angulaire autour de l'axe (Oz).
À l'instant $t = 0$ une personne commence à monter l'escalier à vitesse constante v.
Pour les applications numériques, on prendra $H = 15\,\text{m}$, $b = 1\,\text{m}$ et $h = 0,4\,\text{m}$.

1. Quel est le rayon de l'escalier ? De quelle altitude s'élève-t-on si l'on effectue un tour complet autour de l'axe (Oz) ?
2. Exprimer la vitesse angulaire en fonction de v, b et h.
3. Calculer v sachant que la personne gravit l'escalier en $T = 110\,\text{s}$.
4. Montrer qu'à tout instant le vecteur vitesse est incliné d'un angle α constant avec l'horizontale. Calculer α.
5. Calculer la distance L parcourue quand on gravit l'escalier.

PCSIA à rendre pour le 16/11/2026

DM de physique n° 8

Exercice : Escalier en colimaçon

Un escalier en forme d'hélice, d'axe (Oz) et de hauteur H, a pour équations : $x = b\cos\theta$, $y = b\sin\theta$, $z = h\theta$ avec $0 \leq z \leq H$, b et h des constantes positives et θ la position angulaire autour de l'axe (Oz).
À l'instant $t = 0$ une personne commence à monter l'escalier à vitesse constante v.
Pour les applications numériques, on prendra $H = 15\,\text{m}$, $b = 1\,\text{m}$ et $h = 0,4\,\text{m}$.

1. Quel est le rayon de l'escalier ? De quelle altitude s'élève-t-on si l'on effectue un tour complet autour de l'axe (Oz) ?
2. Exprimer la vitesse angulaire en fonction de v, b et h.
3. Calculer v sachant que la personne gravit l'escalier en $T = 110\,\text{s}$.
4. Montrer qu'à tout instant le vecteur vitesse est incliné d'un angle α constant avec l'horizontale. Calculer α.
5. Calculer la distance L parcourue quand on gravit l'escalier.