Corrigés

Application 1

1. On rassemble les deux résistances en dérivation ($R_{\text{eq1}} = \frac{R}{2}$).

On rassemble ensuite R_{eq1} et R en série : $\boxed{R_{AB} = 3R/2}$.

2. On commence par une association en série dans la branche de droite : $R_{\text{eq1}} = 2R$.

Ensuite on associe R et R_{eq1} en dérivation : $R_{\text{eq2}} = 2R/3$.

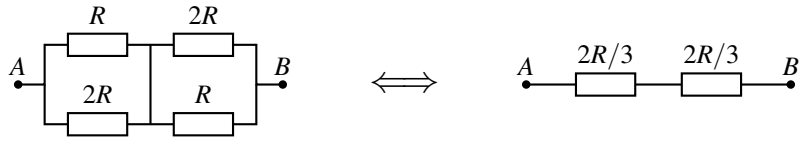
Enfin on associe R et R_{eq2} en série : $\boxed{R_{AB} = 5R/3}$.

3. On rassemble les résistances en série dans chaque branche ($R_{\text{eq}} = 3R$ à chaque fois).

On rassemble ensuite R_{eq} et R_{eq} en dérivation : $\boxed{R_{AB} = 3R/2}$.

4. On commence par des associations en série, puis en dérivation (voir ci-dessous).

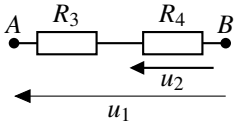
On termine avec deux résistances $2R/3$ en série : $\boxed{R_{AB} = 4R/3}$.



Application 2

1. Les résistances R_3 et R_4 sont en série. La tension aux bornes de $\{R_3, R_4\}$ est égale à u_1.

On applique la loi du diviseur de tension : $\boxed{u_2 = \frac{R_4}{R_3+R_4} u_1}$.



2. Écrire $u_1 = \frac{R_2}{R_1+R_2} E$ serait une erreur car les résistances R_1 et R_2 **ne sont pas en série**.

3. Avant d'appliquer la loi du diviseur de tension pour calculer u_1, on simplifie le schéma avec des associations de résistances :

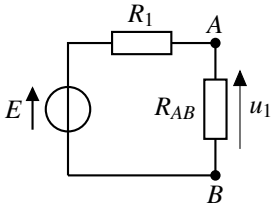
• On associe R_3 et R_4 en série : $R_{\text{eq},1} = R_3 + R_4 = 70\,\Omega$.

• On associe R_2 et $R_{\text{eq},1}$ en dérivation : $\boxed{R_{AB} = \frac{R_2 R_{\text{eq},1}}{R_2+R_{\text{eq},1}} = 21\,\Omega}$.

On obtient le schéma équivalent ci-contre, dans lequel R_1 et R_{AB} sont en série. On applique la loi du diviseur de tension :

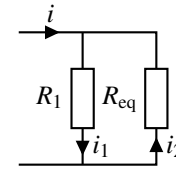
$$\boxed{u_1 = \frac{R_{AB}}{R_1+R_{AB}} E = 4{,}2\,\text{V}}$$

On conclut en utilisant le résultat de la question 1 : $\boxed{u_2 = 3\,\text{V}}$.



Application 3

On associe R_2 et R_3 en série : $R_{eq} = R_2 + R_3 = 40\,\Omega$. Les résistances R_1 et R_{eq} sont en dérivation donc on peut appliquer la loi du diviseur de courant :

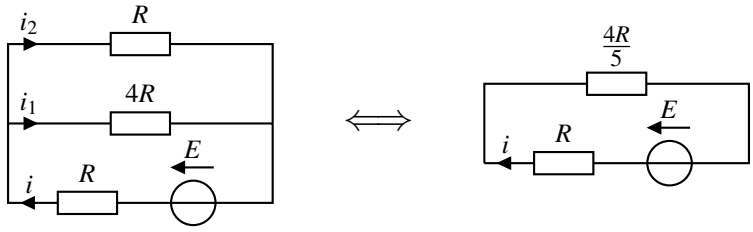


• i_1 est dans le même sens que i donc : $\boxed{i_1 = \frac{R_{eq}}{R_1+R_{eq}} i = 400\,\text{mA}}$.

• i_2 est dans le sens contraire de i donc : $\boxed{i_2 = -\frac{R_1}{R_1+R_{eq}} i = -100\,\text{mA}}$.

Application 4

1. On commence par simplifier le schéma avec des associations de résistances. On montre ci-dessous les différents schéma équivalents. On rassemble les résistances R et $3R$ en série : $R_{eq,1} = 4R$, puis les résistances $R_{eq,1}$ et R en dérivation : $R_{eq,2} = \frac{RR_{eq,1}}{R+R_{eq,1}} = \frac{4R}{5}$.



On applique la loi des mailles dans le dernier circuit : $E = \left(R + \frac{4R}{5}\right) i \iff \boxed{i = \frac{5E}{9R} = 0,1\,\text{A}}$.

On applique la loi du diviseur de courant :

$$\boxed{i_1 = \frac{R}{R+4R} i = \frac{i}{5} = 0,02\,\text{A}} \qquad \text{et} \qquad \boxed{i_2 = \frac{4R}{R+4R} i = \frac{4i}{5} = 0,08\,\text{A}}$$

2. La puissance fournie par la source de tension vaut : $\boxed{\mathscr{P}_f = Ei = 0,9\,\text{W}}$.

3. On calcule les puissances reçues par les différentes résistances :

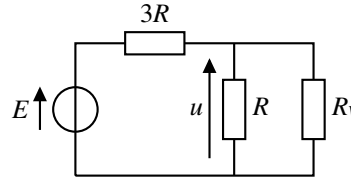
$$\mathscr{P}_1 = Ri^2 = 0,5\,\text{W} \quad \mathscr{P}_2 = Ri_1^2 = 0,02\,\text{W} \quad \mathscr{P}_3 = 3Ri_1^2 = 0,06\,\text{W} \quad \mathscr{P}_4 = Ri_2^2 = 0,32\,\text{W}$$

On vérifie que la somme des puissances reçues par les résistances est bien égale à la puissance fournie par la source de tension : $\mathscr{P}_1 + \mathscr{P}_2 + \mathscr{P}_3 + \mathscr{P}_4 = 0,9\,\text{W}$.

Application 5

1. Le voltmètre est idéal donc les résistances R et $3R$ sont en série. On applique la loi du diviseur de tension : $\boxed{u = E/4 = 5,0\,\text{V}}$.

2. On dessine le schéma équivalent du circuit en tenant compte de la résistance d'entrée du voltmètre, branchée en dérivation avec R. La présence du voltmètre revient à remplacer R par la résistance équivalente $R_{eq} = \frac{RR_V}{R+R_V}$.



On applique à nouveau la loi du diviseur de tension :

$$u = \frac{R_{eq}}{3R+R_{eq}} E = \frac{E}{1+\frac{3R}{R_{eq}}} = \frac{E}{1+\frac{3(R+R_v)}{R_v}} = \frac{E}{4+\frac{3R}{R_v}} \iff \boxed{R = \frac{R_v}{3}\left(\frac{E}{u} - 4\right) = 0,70\,\text{M}\Omega}$$

3. On note $u_0 = E/4$ la valeur obtenue dans le cas du voltmètre idéal. On souhaite que la résistance R soit telle que $\frac{u_0-u}{u_0} \leq 10^{-3}$ avec :

$$\frac{u_0-u}{u_0} = 1 - \frac{4u}{E} = 1 - \frac{1}{1+\frac{3R}{4R_v}} = \frac{1}{1+\frac{4R_v}{3R}}$$

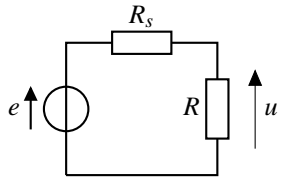
On détermine la condition vérifiée par R :

$$\frac{1}{1+\frac{4R_v}{3R}} \leq 10^{-3} \iff \frac{4R_v}{3R} \geq 999 \iff \boxed{R \leq \frac{4R_v}{3\times 999} = 13\,\text{k}\Omega}$$

L'influence du voltmètre sur u est inférieure à $0,1\,\%$ tant que R ne dépasse pas $13\,\text{k}\Omega$.

Application 6

On remplace le GBF par son modèle de Thévenin équivalent. Les résistances sont en série donc on peut appliquer la loi du diviseur de tension. On note respectivement (R_1, u_1) et (R_2, u_2) les valeurs de R et u correspondant au premier puis au second oscillogramme :



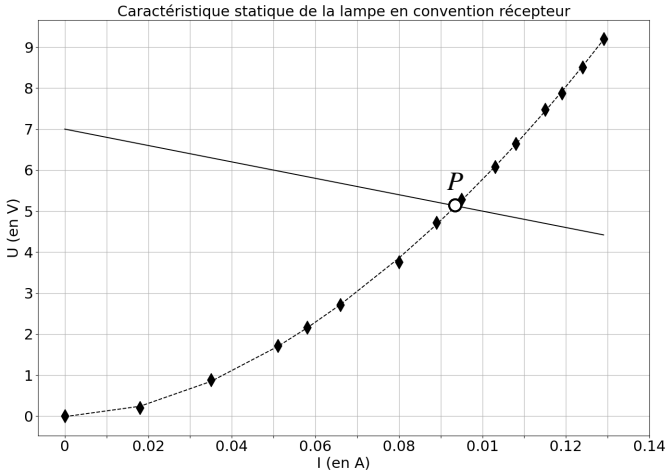
$$u_1 = \frac{R_1}{R_1+R_s}e \qquad \text{et} \qquad u_2 = \frac{R_2}{R_2+R_s}e$$

Les oscillogrammes montrent que $u_1 = 3u_2$. Cela permet de remonter à la valeur de R_s :

$$\frac{R_1}{R_1+R_s}e = \frac{3R_2}{R_2+R_s}e \iff R_1(R_2+R_s) = 3R_2(R_1+R_s) \iff \boxed{R_s = \frac{2R_1R_2}{R_1-3R_2} = 50\,\Omega}$$

Application 7

1. La relation courant-tension de la pile s'écrit : $\boxed{u = E - ri}$. On la trace sur le graphe fourni.



2. On lit les coordonnées du point de fonctionnement : $\boxed{(93\,\text{mA}\,;\,5,1\,\text{V})}$.

La puissance consommée par la lampe vaut $\boxed{\mathscr{P} = ui = 0,47\,\text{W}}$.

Exercice 1 : Résistance équivalente

On calcule plusieurs résistances équivalentes successives :

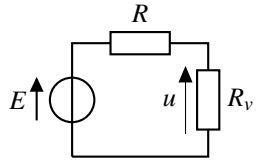
• R_0 et R en série : $R_{\text{eq1}} = R_0 + R$;

• R et R_{eq1} en dérivation : $R_{\text{eq2}} = \frac{R(R_0+R)}{R_0+2R}$;

• R et r_{eq2} en série : $R_{\text{eq3}} = R + \frac{R(R_0+R)}{R_0+2R}$.

On cherche la résistance R_0 qui vérifie : $R_{\text{eq3}} = R_0 \iff R + \frac{R(R_0+R)}{R_0+2R} = R_0$. Après simplifications on trouve finalement $\boxed{R_0 = \sqrt{3}R}$.

Exercice 2 : Résistance d'entrée d'un voltmètre

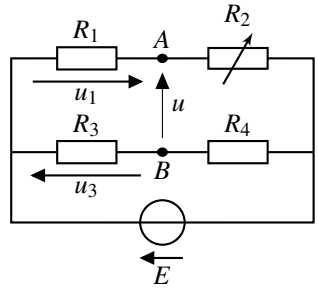


On représente le circuit. On exprime la tension u affichée par le voltmètre avec la loi du diviseur de tension : $u = \frac{R_v}{R+R_v}E$.

Pour $R = 0\,\Omega$ on a $u = E = 5{,}027\,\text{V}$.

Pour $R = 6\,\text{M}\Omega$ on a : $\frac{R_v}{R+R_v} = \frac{u}{E} \iff \boxed{R_v = \frac{u}{E-u}R = 10{,}04\,\text{M}\Omega}$.

Exercice 3 : Pont de Wheatstone



On peut calculer les tensions u_1 et u_3 avec la loi du diviseur de tension car les résistances R_1 et R_2 sont en série, les résistances R_3 et R_4 aussi. La tension aux bornes de la branche $\{R_1, R_2\}$ est la même que pour la branche $\{R_3, R_4\}$, égale à E.

$$\boxed{u_3 = \frac{R_3}{R_3+R_4}E} \quad \text{et} \quad \boxed{u_1 = -\frac{R_1}{R_1+R_2}E}$$

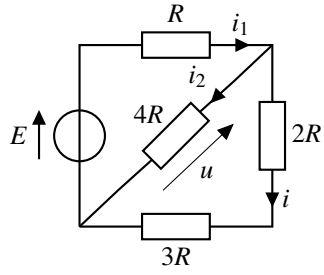
2. On utilise la loi l'additivité des tensions :

$$u = u_3 + u_1 = \left(\frac{R_3}{R_3+R_4} - \frac{R_1}{R_1+R_2}\right)E \iff \boxed{u = \frac{R_2R_3 - R_1R_4}{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}E}$$

Le pont est équilibré à condition que $\boxed{R_1R_4 = R_2R_3}$.

3. L'application numérique donne $\boxed{R_1 = \frac{R_2R_3}{R_4} = 36{,}5\,\Omega}$.

Exercice 4 : Circuit résistif



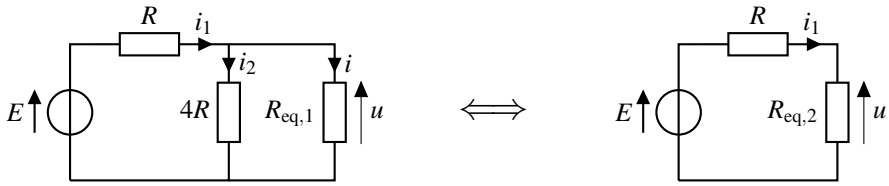
On annote le schéma et commence la résolution en simplifiant avec des associations de résistances.

On associe d'abord $2R$ et $3R$ en série : $R_{\text{eq},1} = 5R = 50\,\Omega$.

Ensuite on associe $4R$ et $R_{\text{eq},1}$ en dérivation :

$$R_{\text{eq},2} = \frac{4R \times 5R}{4R+5R} = \frac{20R}{9} = 111\,\Omega$$

On montre les différents schémas équivalents en page suivante.

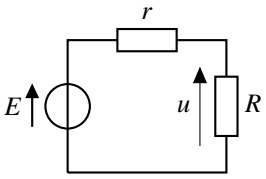


Les résistances R et $R_{eq,2}$ sont en série donc on peut appliquer la loi du diviseur de tension :

$$\boxed{u = \frac{R_{eq,2}}{R_{eq,2}+R}E = 8,3\,\text{V}}$$

Connaissant u, on calcule i en appliquant la loi d'Ohm pour $R_{eq,1}$: $\boxed{i = \frac{u}{R_{eq,1}} = 0,17\,\text{A}}$.

Exercice 5 : Adaptation d'impédance



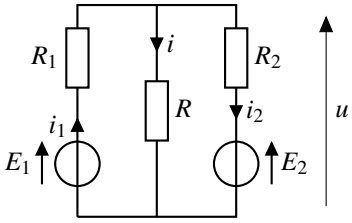
On représente schématiquement le circuit. On applique la loi du diviseur de tension : $u = \frac{R}{R+r}E$.

La puissance reçue par R vaut $\mathscr{P} = \frac{u^2}{R} = \frac{RE^2}{(r+R)^2}$.

On étudie les variations de $R \mapsto \mathscr{P}(R)$: $\mathscr{P}'(R) = \frac{r^2-R^2}{(r+R)^4}E$.

La puissance consommée par R est maximale lorsque $\mathscr{P}'(R) = 0$, c'est-à-dire pour $\boxed{R = r}$.

Exercice 6 : Deux générateurs



1. On annote le schéma (voir ci-contre). La tension u est la même aux bornes des trois branches en dérivation. On peut donc écrire que :

$$\begin{cases} u = E_1 - R_1 i_1 \iff i_1 = \frac{E_1-u}{R_1} = G_1(E_1-u) \\ u = Ri \iff i = Gu \\ u = E_2 - R_2 i_2 \iff i_2 = \frac{E_2-u}{R_2} = G_2(E_2-u) \end{cases}$$

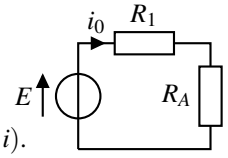
On applique la loi des nœuds :

$$i = i_1 + i_2 \iff Gu = G_1(E_1-u) + G_2(E_2-u) \iff \boxed{u = \frac{G_1E_1+G_2E_2}{G+G_1+G_2}}$$

2. On a vu à la question précédente que $i_2 = G_2(E_2-u)$. L'intensité i_2 est nulle si :

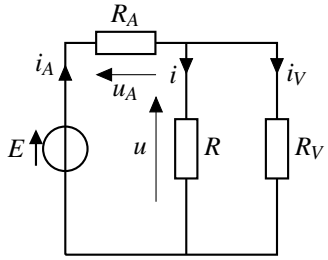
$$E_2 = u = \frac{G_1E_1+G_2E_2}{G+G_1+G_2} \iff \boxed{E_2 = \frac{G_1}{G+G_1}E_1 = \frac{R}{R+R_1}E_1}$$

Exercice 7 : Montage amont/aval

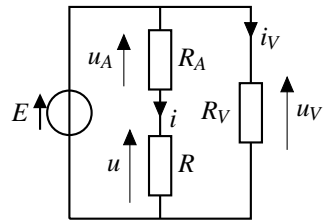


1. Dans le montage aval le voltmètre est branché en dérivation avec R ; il permet de mesurer correctement la tension à ses bornes. En revanche, l'ampèremètre n'est pas branché en série avec R. **On fait une erreur sur la valeur de l'intensité lorsque l'on réalise le montage aval** $(i_A \neq i)$.
Dans le montage amont l'ampèremètre est branché en série avec R ; il permet de mesurer correctement l'intensité du courant qui la traverse. En revanche, le voltmètre n'est pas branché en dérivation avec R. **On fait une erreur sur la valeur de la tension lorsque l'on réalise le montage amont** $(u_V \neq u)$.

2. On commence par reproduire les schémas des deux montages montage, en remplaçant l'ampèremètre et le voltmètre par leur résistance d'entrée associée.



Montage aval (ou courte dérivation)



Montage amont (ou longue dérivation)

Dans le montage aval, on applique la loi des nœuds : $i_A - i = i_V$. D'après la loi d'Ohm :

$$u = Ri = R_V i_V \iff \boxed{\frac{i_A - i}{i} = \frac{i_V}{i} = \frac{R}{R_V}}$$

3. Dans le montage amont on applique la loi des mailles : $u_V - u = u_A$. D'après la loi d'Ohm :

$$i = \frac{u_A}{R_A} = \frac{u}{R} \iff \boxed{\frac{u_V - u}{u} = \frac{u_A}{u} = \frac{R_A}{R}}$$

4. Le montage aval est adapté au cas de faibles résistances $(R \ll R_V)$, le montage amont au cas de fortes résistances $(R \gg R_A)$. Le cas limite est celui pour lequel les erreurs relatives sont identiques. Cela arrive lorsque $\frac{R}{R_V} = \frac{R_A}{R} \iff R = \sqrt{R_A R_V} = 1\,\text{k}\Omega$.
En conclusion, **si $R < 1\,\text{k}\Omega$ alors il est préférable d'utiliser le montage aval. Si $R > 1\,\text{k}\Omega$ il vaut mieux utiliser le montage amont**.