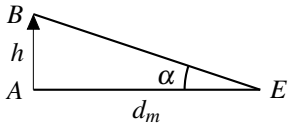
Corrigé DS2

Exercice 1 : Loupe

1. Le pouvoir séparateur correspond au plus petit écart angulaire qui permet à l'œil de distinguer deux points lumineux l'un de l'autre. Il est de l'ordre **d'une minute d'arc**.

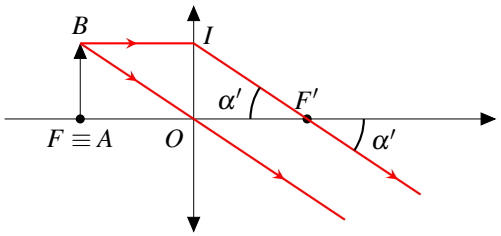
2. Le punctum remotum est le point sur lequel l'œil fait la mise au point **quand il est au repos** (pas d'accommodation). Pour un œil emmétrope le PR est situé **à l'infini**.

3. On représente l'objet vu à l'œil nu à la distance d_m. Dans les conditions de Gauss sa taille angulaire vaut : $\boxed{\alpha \simeq \tan\alpha = \frac{h}{d_m}}$.



4. L'image est à l'infini lorsque l'objet est placé **dans le plan focal objet** de la lentille. Il faut donc faire en sorte que $\boxed{\overline{OA} = -f'}$.

5.



6. On détermine la taille angulaire α' en s'appuyant sur le triangle rectangle OIF' : $\alpha' \simeq \tan\alpha' = \frac{h}{f'}$. On en déduit l'expression du grossissement commercial de la loupe :

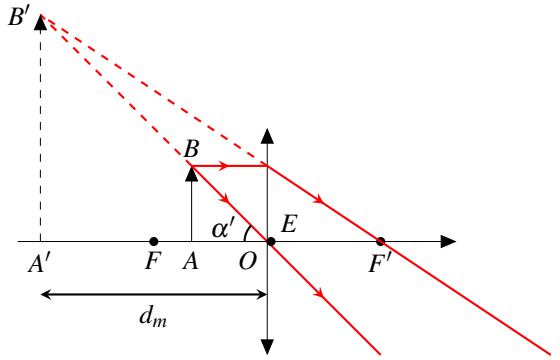
$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{h}{f'} \times \frac{d_m}{h} \implies \boxed{G = \frac{d_m}{f'} = 5}$$

7. Plus la distance focale de la loupe est faible et plus le grossissement est important. C'est un avantage car cela permet d'observer plus facilement les détails de l'objet. En revanche une lentille de petite distance focale est très bombée, ce qui signifie que les rayons lumineux sortent rapidement des conditions de Gauss quand ils s'éloignent de l'axe optique. Par conséquent, avec une loupe de très petite distance focale, on risque d'avoir une image **de qualité très dégradée**, notamment sur les bords.

8. La construction est représentée en haut de la page suivante. L'image est **virtuelle**.

9. L'image est située à la distance d_m de l'œil (confondu ici avec le centre optique) : $\overline{OA'} = -d_m$. On écrit la relation de conjugaison de Descartes :

$$\frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{f'} = -\frac{1}{d_m} - \frac{1}{f'} \iff \boxed{\overline{OA} = -\frac{d_m f'}{d_m + f'}}$$



10. On détermine la taille de l'image en utilisant une relation de grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \iff \frac{h'}{h} = d_m \frac{d_m + f'}{d_m f'} = \frac{d_m + f'}{f'} \iff \boxed{h' = \left(1 + \frac{d_m}{f'}\right) h}$$

On exprime la taille angulaire de l'image en s'appuyant sur le triangle rectangle $OA'B'$:

$$\alpha' \simeq \tan\alpha' = \frac{h'}{d_m} \iff \boxed{\alpha' = \left(1 + \frac{d_m}{f'}\right) \frac{h}{d_m}}$$

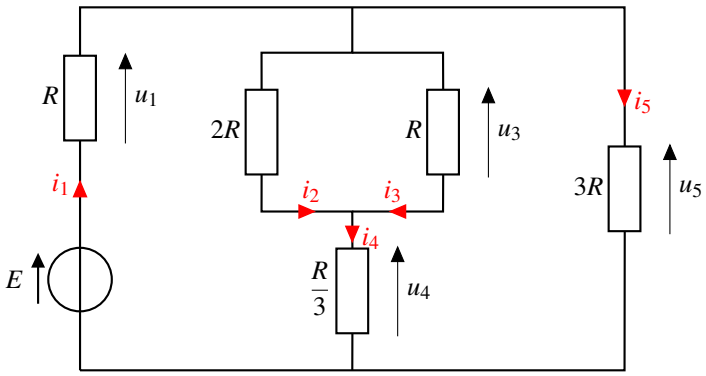
11. Le grossissement commercial de la loupe vaut :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \left(1 + \frac{d_m}{f'}\right) \frac{h}{d_m} \times \frac{d_m}{h} \iff \boxed{G = 1 + \frac{d_m}{f'}}$$

12. L'application numérique donne $G = 6$. Par rapport au cas où l'image est à l'infini, le grossissement augmente d'un facteur $\frac{6-5}{5} = 0,2$. L'amélioration, en termes de grossissement, **est de 20%**. En contrepartie il faut fortement accommoder puisque l'image se situe au niveau du punctum proximum. L'observation est moins confortable.

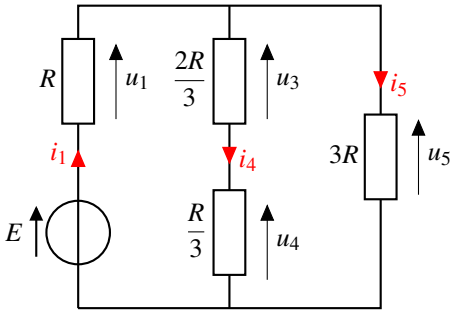
Exercice 2 : Circuit électrique

On commence par annoter le schéma.



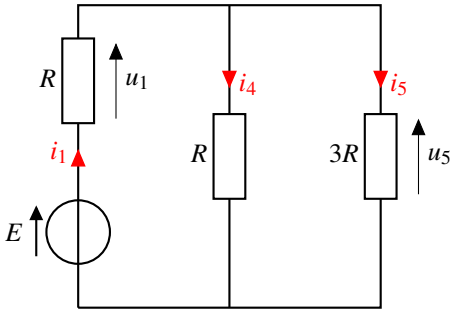
On simplifie une première fois le schéma en associant les résistances $2R$ et R en dérivation (schéma 1) :

$$R_{\text{eq1}} = \frac{2R \times R}{2R + R} = \frac{2R}{3}$$



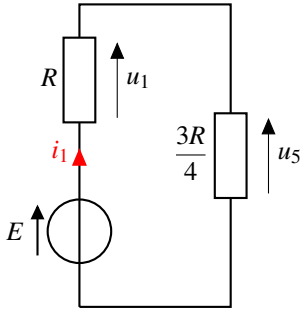
On simplifie une deuxième fois le schéma en associant les résistances $\frac{2R}{3}$ et $\frac{R}{3}$ en série (schéma 2) :

$$R_{\text{eq2}} = \frac{2R}{3} + \frac{R}{3} = R$$



On simplifie une dernière fois le schéma en associant les résistances R et $3R$ en dérivation (schéma 3) :

$$R_{\text{eq3}} = \frac{3R \times R}{3R + R} = \frac{3R}{4}$$



On calcule la tension u_5 en appliquant la loi du pont diviseur de tension (schéma 3) :

$$u_5 = \frac{\frac{3R}{4}}{R + \frac{3R}{4}} E \iff \boxed{u_5 = \frac{3E}{7} = 3\,\text{V}}$$

On applique à nouveau la loi du pont diviseur de tension (schéma 1) :

$$u_4 = \frac{\frac{R}{3}}{\frac{2R}{3} + \frac{R}{3}} u_5 = \frac{u_5}{3} = \frac{E}{7}$$

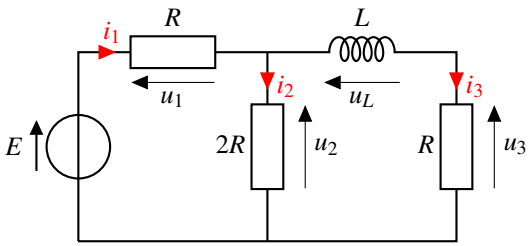
On applique la loi d'Ohm pour la résistance $\frac{R}{3}$ (schéma 1) : $\boxed{i_4 = \frac{3u_4}{R} = \frac{3E}{7R} = 0,15\,\text{A}}$.

On applique la loi des mailles (ou loi de Pouillet, schéma 3) : $i_1 = \dfrac{E}{R + \frac{3R}{4}} = \dfrac{4E}{7R}$.

On calcule enfin la puissance fournie par la source de tension : $\boxed{\mathscr{P}_g = Ei_1 = \dfrac{4E^2}{7R} = 1,4\,\text{W}}$.

Exercice 3 : Établissement du courant dans un circuit inductif

1. On représente le schéma équivalent du circuit une fois que l'interrupteur est fermé.



On commence par appliquer la loi des nœuds : $i_1 = i_2 + i_3$. On cherche ensuite à exprimer i_1 et i_2 en fonction de i_3 en "tirant sur le fil" :

- loi de la bobine : $u_L = L\frac{\mathrm{d}i_3}{\mathrm{d}t}$;
- loi d'Ohm : $u_3 = Ri_3$;
- loi des mailles : $u_2 = u_L + u_3 = L\frac{\mathrm{d}i_3}{\mathrm{d}t} + Ri_3$;
- loi d'Ohm : $i_2 = \frac{u_2}{2R} = \frac{L}{2R}\frac{\mathrm{d}i_3}{\mathrm{d}t} + \frac{i_3}{2}$;
- loi des mailles : $u_1 = E - u_2 = E - L\frac{\mathrm{d}i_3}{\mathrm{d}t} - Ri_3$;
- loi d'Ohm : $i_3 = \frac{u_1}{R} = \frac{E}{R} - \frac{L}{R}\frac{\mathrm{d}i_3}{\mathrm{d}t} - i_3$.

On réinjecte les expressions de i_1 et i_2 dans la loi des nœuds :

$$\frac{E}{R} - \frac{L}{R}\frac{\mathrm{d}i_3}{\mathrm{d}t} - i_3 = \frac{L}{2R}\frac{\mathrm{d}i_3}{\mathrm{d}t} + \frac{i_3}{2} + i_3 \iff \frac{E}{R} = \frac{3L}{2R}\frac{\mathrm{d}i_3}{\mathrm{d}t} + \frac{5}{2}i_3 \iff \boxed{\frac{\mathrm{d}i_3}{\mathrm{d}t} + \frac{5R}{3L}i_3 = \frac{2E}{3L}}$$

On identifie le temps caractéristique du circuit : $\boxed{\tau = \dfrac{3L}{5R}}$.

2. On détermine la solution particulière en résolvant l'équation sans dérivée :

$$\frac{5R}{3L}i_p = \frac{2E}{3L} \iff i_p = \frac{2E}{5R}$$

La solution générale s'écrit sous la forme : $i_3(t) = Ae^{-t/\tau} + \frac{2E}{5R}$. On détermine la constante d'intégration A en utilisant une condition initiale. Dans le cas présent on a $i_3(0^+) = i_3(0^-) = 0$ car toutes les intensités sont nulles juste avant de fermer l'interrupteur et l'intensité dans la branche d'une bobine est continue dans le temps.

$$i_3(0^+) = 0 = A + \frac{2E}{5R} \iff A = -\frac{2E}{5R}$$

On conclut que : $\boxed{i_3(t) = \frac{2E}{5R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$.

3. D'après la loi d'Ohm : $u_3(t) = Ri_3(t) = \frac{2E}{5}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$. Cette tension évolue avec le même temps caractéristique τ que l'intensité $i_3(t)$. On mesure avec la méthode de la tangente à l'origine : $\boxed{\tau = 0{,}2\,\text{ms}}$.

En régime permanent ($t \to +\infty$) on a $u_3(\infty) = \frac{2E}{5}$. Par ailleurs on lit sur l'oscillogramme $u_3(\infty) = 6\,\text{V}$. On en déduit la valeur de la force électromotrice :

$$\boxed{E = \frac{5u_3(\infty)}{2} = 15\,\text{V}}$$

4. En régime permanent l'intensité dans la branche de la bobine vaut $i_3(\infty) = \frac{2E}{5R}$. On détermine la résistance puis l'inductance :

$$\boxed{R = \frac{2E}{5i_3(\infty)} = 120\,\Omega} \quad ; \quad \boxed{L = \frac{5}{3}R\tau = 40\,\text{mH}}$$

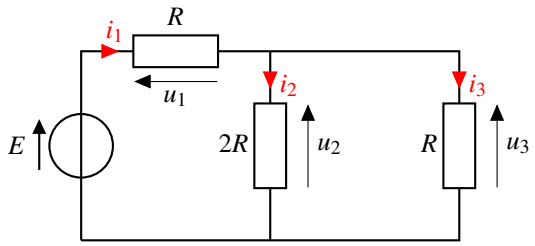
5. On écrit le bilan énergétique de la bobine :

$$\boxed{W_b = \frac{1}{2}Li_3^2(\infty) - \frac{1}{2}Li_3^2(0^+) = \frac{2LE^2}{25R^2} = 50\,\mu\text{J}}$$

6. Juste après la fermeture de l'interrupteur on a $i_3(0^+) = 0$ par continuité. D'après la loi des nœuds : $i_2(0^+) = i_1(0^+)$. On applique la loi des mailles (maille de gauche) :

$$E = Ri_1(0^+) + 2Ri_2(0^+) = 3Ri_2(0^+) \implies \boxed{i_2(0^+) = \frac{E}{3R}}$$

7. On représente le schéma équivalent du circuit en régime permanent (la bobine est équivalente à un court-circuit).



On constate que $u_2 = u_3$ (les résistors "verticaux" sont en dérivation). On applique la loi d'Ohm :

$$\boxed{i_2(\infty) = \frac{u_2(\infty)}{2R} = \frac{u_3(\infty)}{2R} = \frac{E}{5R}}$$

8. Juste avant l'ouverture de K on a $i_3 = \frac{2E}{5R}$ car on est en régime permanent. Par continuité i_3 garde la même valeur juste après l'ouverture. Or, avec l'interrupteur ouvert, l'intensité i_1 est nulle donc d'après la loi des nœuds :

$$\boxed{i_2 = -i_3 = -\frac{2E}{5R}}$$

9. On récapitule les résultats obtenus aux questions précédentes :

- juste avant la fermeture de K l'intensité i_2 est nulle, la lampe est éteinte. Juste après la fermeture elle vaut $\frac{E}{3R} > \frac{E}{4R}$: **la lampe s'allume quand on ferme l'interrupteur**.
- en une fraction de seconde on atteint le régime permanent tel que $i_2 = \frac{E}{5R} < \frac{E}{4R}$: **la lampe s'éteint quasiment aussitôt après s'être allumée**.
- juste après l'ouverture de K l'intensité i_2 vaut, en valeur absolue, $\frac{2E}{5R} > \frac{E}{4R}$: **la lampe s'allume quand on ouvre l'interrupteur**.
- en une fraction de seconde on atteint le régime permanent tel que $i_2 = 0$: **la lampe s'éteint quasiment aussitôt après s'être allumée**.

En conclusion la lampe témoin est tout le temps éteinte, sauf quand on ouvre ou quand on ferme l'interrupteur. Elle s'allume alors très brièvement. **La lampe témoin permet de détecter l'ouverture ou la fermeture du circuit**.