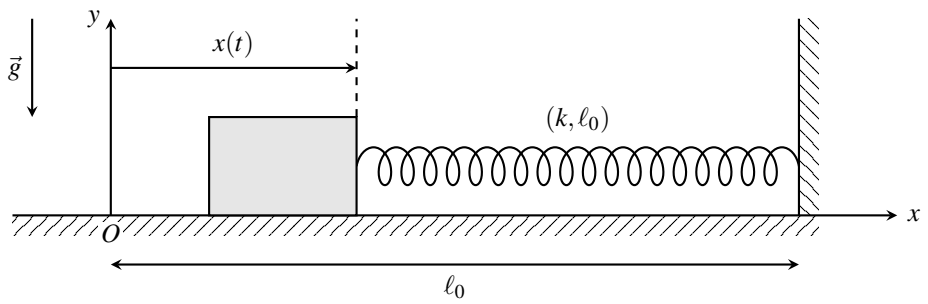
DM de physique n° 10

Exercice : Oscillations amorties par frottement solide

Un solide de masse m est accroché à un ressort élastique de raideur k et longueur à vide ℓ_0. On note f le coefficient de frottement entre le solide et le support plan horizontal. On néglige les frottements de l'air. On se place dans le repère cartésien (Oxy) représenté sur la figure ci-dessous. La coordonnée $x(t)$ désigne la position du bord du solide en contact avec le ressort. L'origine est choisie de sorte que le ressort soit non déformé lorsque $x = 0$. On note $\ell(t)$ la longueur du ressort et g l'accélération de la pesanteur. La masse est lâchée sans vitesse initiale dans la position $x(t = 0) = a$.



1. Montrer que la masse demeure en adhérence avec le support si $|a| < a_m$, avec a_m qui s'exprime en fonction de f, m, g et k.

Dans les questions suivantes on suppose que $a = \frac{25}{2} a_m$. À partir de $t = 0$ le solide entame un mouvement de glissement vers les x décroissants.

2. Établir l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$.

3. Déterminer $x(t)$ pour $t \geq 0$. Identifier une pulsation propre ω_0. Exprimer la date t_1 à laquelle la masse s'arrête pour la première fois et la position x_1 correspondante. Justifier qu'il n'y a pas adhérence après cet arrêt.

À partir de t_1 le solide entame un mouvement de glissement vers les x croissants.

4. Établir la nouvelle équation différentielle vérifiée par $x(t)$.

5. Déterminer $x(t)$ pour $t \geq t_1$. Exprimer la date t_2 à laquelle la masse s'arrête pour la fois suivante et la position x_2 correspondante.

6. Sans poursuivre davantage les calculs, expliquer qualitativement quel sera le mouvement ultérieur du solide. Tracer l'allure de $x(t)$ et déterminer la position x_f du solide quand il s'arrête définitivement.