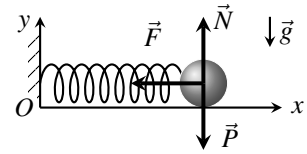
Corrigés

Application 1



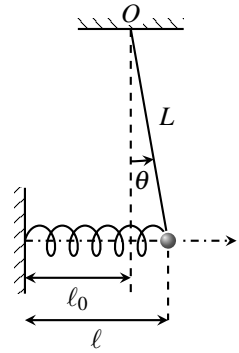
1. Système : masse ponctuelle.
Référentiel : terrestre supposé galiléen.
Repère : cartésien (Oxy).
Bilan des forces : poids $\vec{P}$, force de rappel $\vec{F}$, réaction normale du support $\vec{N}$.
PFD : $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{F} + \vec{N}$.
Cinématique : $\vec{a} = \ddot{x}\vec{u}_x$.
Longueur du ressort : $\ell = x$ (car l'origine est à l'extrémité du ressort).
Projections : $\vec{P} = -mg\vec{u}_y$, $\vec{F} = -k(x-\ell_0)\vec{u}_x$, $\vec{N} = \|\vec{N}\|\vec{u}_y$.

$$\begin{vmatrix} m\ddot{x} \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ -mg \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -k(x-\ell_0) \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ \|\vec{N}\| \end{vmatrix} \iff \begin{cases} m\ddot{x} = -k(x-\ell_0) & (E_x) \\ \|\vec{N}\| = mg & (E_y) \end{cases}$$

L'équation (E_x) conduit à $\boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{k}{m}\ell_0}$. La pulsation propre vaut : $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}}$.

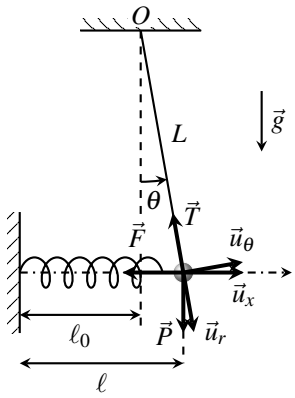
2. Solution particulière : $\frac{k}{m}x_p = \frac{k}{m}\ell_0 \iff x_p = \ell_0$.
Solution générale : $x(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t) + \ell_0$.
Conditions initiales : $\begin{cases} x(0) = \ell_0 = A + \ell_0 \iff A = 0 \\ \dot{x}(0) = v_0 = B\omega_0 \iff B = v_0/\omega_0 \end{cases}$.
On conclut que : $\boxed{x(t) = \ell_0 + \frac{v_0}{\omega_0}\sin(\omega_0 t)}$.
La déformation du ressort est mesurée par l'allongement $\Delta\ell = x - \ell_0 = \frac{v_0}{\omega_0}\sin(\omega_0 t)$.
Sa valeur maximale est : $\boxed{\Delta\ell_{\max} = \frac{v_0}{\omega_0} = \sqrt{\frac{m}{k}}v_0}$.

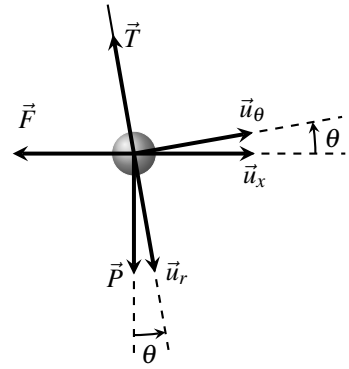
Application 2



1. D'après le schéma ci-contre, la longueur du fil étant égale à L, on peut écrire : $\boxed{\ell - \ell_0 = L\sin\theta}$.

2. Voir schémas en page suivante.
Système : masse ponctuelle.
Référentiel : terrestre supposé galiléen.
Repère : polaire $(O, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$.
Bilan des forces : poids $\vec{P}$, tension du fil $\vec{T}$, force de rappel $\vec{F}$.
PFD : $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{T} + \vec{F}$.
Cinématique : $\vec{a} = -L\dot{\theta}^2\vec{u}_r + L\ddot{\theta}\vec{u}_\theta$.
Longueur du ressort : $\ell = \ell_0 + L\sin\theta$ (d'après la question 1).





Projections : $\vec{P} = mg(\cos\theta\,\vec{u}_r - \sin\theta\,\vec{u}_\theta)$, $\vec{T} = -\|\vec{T}\|\vec{u}_r$. On pose un vecteur unitaire horizontal $\vec{u}_x$. On a : $\vec{F} = -kL\sin\theta\,\vec{u}_x = -kL\sin\theta(\sin\theta\,\vec{u}_r + \cos\theta\,\vec{u}_\theta)$.

$$\begin{vmatrix} -mL\dot{\theta}^2 \\ mL\ddot{\theta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} mg\cos\theta \\ -mg\sin\theta \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -\|\vec{T}\| \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -kL\sin^2\theta \\ -kL\sin\theta\cos\theta \end{vmatrix}$$

La projection sur $\vec{u}_\theta$ donne : $mL\ddot{\theta} = -mg\sin\theta - kL\sin\theta\cos\theta$.

Dans l'approximation des petits angles on obtient : $\boxed{\ddot{\theta} + \left(\frac{g}{L} + \frac{k}{m}\right)\theta = 0}$.

La pulsation propre vaut : $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L} + \frac{k}{m}}}$.

Application 3

1. La pression oscille sinusoïdalement, avec une composante continue. On l'écrit sous la forme : $P(t) = P_m\cos(\omega t + \varphi) + P_0$.

On mesure les valeurs extrêmes : $P_{\min} = 1,5\,\text{kPa}$ et $P_{\max} = 4,5\,\text{kPa}$. On en déduit que :

$$\boxed{P_m = \frac{P_{\max} - P_{\min}}{2} = 1,5\,\text{kPa}} \quad ; \quad \boxed{P_0 = \frac{P_{\max} + P_{\min}}{2} = 3,0\,\text{kPa}}$$

On mesure la période du signal : $T = 150\,\mu\text{s}$ ainsi que la date du maximum le plus proche de $t = 0$: $t_{\max} = 50\,\mu\text{s}$ et on en déduit que :

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 4,2\cdot 10^4\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}} \quad ; \quad \boxed{\varphi = -\omega t_{\max} = -\frac{2\pi}{3}\,\text{rad} = -120^\circ}$$

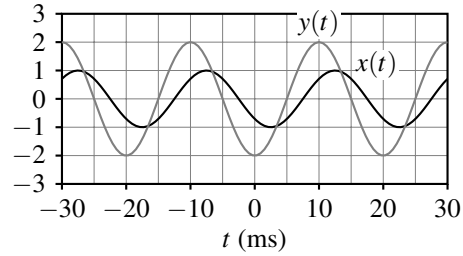
2. On mesure la période : $T = 60\,\text{ms} \iff \boxed{f = \frac{1}{T} = 17\,\text{Hz}}$.

On mesure l'amplitude des deux signaux : $\boxed{U_{m,1} = 5\,\text{V}}$ et $\boxed{U_{m,2} = 3\,\text{V}}$.

On mesure le décalage temporel : $\Delta t = 25\,\mu\text{s} \iff \boxed{\Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta t}{T} = \frac{5\pi}{6}\,\text{rad} = 150^\circ}$.

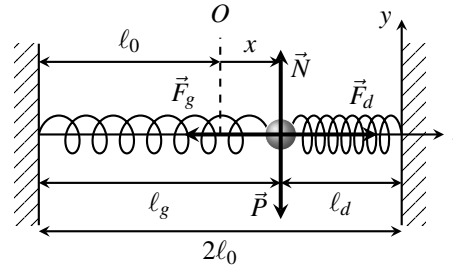
Au vu du graphe **la tension $u_2(t)$ est en avance sur la tension $u_1(t)$.**

Exercice 1 : Signaux sinusoïdaux



Les signaux ont une période $T = 1/f = 20\,\text{ms}$.
On calcule le retard temporel de $x(t)$ sur $y(t)$: $\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}T = \frac{T}{8} = 2{,}5\text{ms}$.
On trace sur la figure ci-contre l'allure de $x(t)$ (en noir) et $y(t)$ (en gris).

Exercice 2 : Masse accrochée à deux ressorts



1. Système : masse ponctuelle.
Référentiel : terrestre supposé galiléen.
Repère : cartésien (Oxy).
Bilan des forces : poids $\vec{P}$, réaction normale du support $\vec{N}$, forces de rappel $\vec{F}_g$ (ressort de gauche) et $\vec{F}_d$ (ressort de droite).
PFD : $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_g + \vec{F}_d$.
Cinématique : $\vec{a} = \ddot{x}\vec{u}_x$.
Longueurs des ressorts : $\ell_g = \ell_0 + x$ et $\ell_d = \ell_0 - x$.
Projections : $\vec{P} = -mg\vec{u}_y$, $\vec{N} = \|\vec{N}\|\vec{u}_y$, $\vec{F}_g = \vec{F}_d = -kx\vec{u}_x$.
La projection du PFD sur $\vec{u}_x$ donne : $m\ddot{x} = -2kx \iff \ddot{x} + \frac{2k}{m}x = 0$.
La pulsation propre vaut : $\boxed{\omega_0 = \sqrt{2k/m}}$.

2. Solution générale : $x(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$.
Conditions initiales : $\begin{cases} x(0) = x_0 = A \\ \dot{x}(0) = v_0 = B\omega_0 \iff B = v_0/\omega_0 \end{cases}$.
La position de la masse est donnée par : $x(t) = x_0\cos(\omega_0 t) + \frac{v_0}{\omega_0}\sin(\omega_0 t)$.
L'amplitude des oscillations vaut : $X_m = \sqrt{A^2 + B^2} \iff \boxed{X_m = \sqrt{x_0^2 + \frac{mv_0^2}{2k}}}$.

Exercice 3 : Pendule simple butant contre un clou

1. Voir exemple 9.2 : dans l'approximation des petits angles l'équation du mouvement est la suivante : $\boxed{\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}\theta = 0}$. On identifie la pulsation propre : $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}}$.
Dans la partie $\theta < 0$ le calcul est le même, avec une longueur $\ell - h$ à la place de ℓ :

$$\boxed{\ddot{\theta} + \tfrac{g}{\ell-h}\theta = 0} \qquad \text{et} \qquad \boxed{\omega_0' = \sqrt{\tfrac{g}{\ell-h}}}$$

2. Solution générale : $\theta(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$.
Conditions initiales : $\begin{cases} \theta(0) = \theta_0 = A \\ \dot{\theta}(0) = 0 = B\omega_0 \iff B = 0 \end{cases}$.

Au cours de la première phase la position angulaire a pour expression : $\boxed{\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega_0 t)}$.
Le pendule atteint la butée lorsque $\theta(t_b) = 0 \iff \cos(\omega_0 t_b) = 0$. En partant de $t = 0$ la première date pour laquelle la position angulaire s'annule est telle que $\boxed{\omega_0 t_b = \pi/2}$.

On dérive : $\dot{\theta}(t) = -\omega_0 \theta_0 \sin(\omega_0 t)$. On trouve alors que : $\boxed{\dot{\theta}(t_b^-) = -\omega_0 \theta_0 \sin\frac{\pi}{2} = -\omega_0 \theta_0}$.

3. La vitesse de la masse est continue à tout instant, or :

- dans le domaine $\theta > 0$ le mouvement est circulaire de rayon ℓ donc $\vec{v} = \ell \dot{\theta} \vec{u}_\theta$;
- dans le domaine $\theta < 0$ le mouvement est circulaire de rayon $\ell - h$ donc $\vec{v} = (\ell - h)\dot{\theta}\vec{u}_\theta$.

La continuité de la vitesse en $t = t_b$ implique que :

$$v(t_b^-) = v(t_b^+) \iff \ell \dot{\theta}(t_b^-) = (\ell - h)\dot{\theta}(t_b^+) \iff \boxed{\dot{\theta}(t_b^+) = -\frac{\ell}{\ell - h}\omega_0 \theta_0}$$

4. Solution générale : $\theta(t) = A\cos(\omega_0' t) + B\sin(\omega_0' t)$.
On redéfinit l'origine des temps à l'instant du contact avec le clou.

Conditions initiales : $\begin{cases} \theta(0^+) = 0 = A \\ \dot{\theta}(0^+) = -\frac{\ell}{\ell - h}\omega_0 \theta_0 = B\omega_0' \end{cases} \iff B = -\frac{\ell}{\ell - h}\frac{\omega_0}{\omega_0'}\theta_0 = -\sqrt{\frac{\ell}{\ell - h}}\theta_0$.

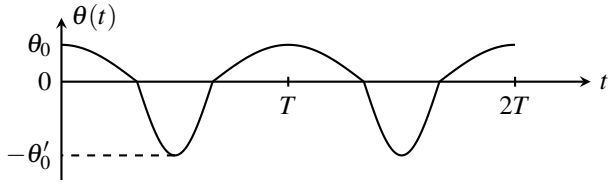
On conclut que $\boxed{\theta(t) = -\sqrt{\frac{\ell}{\ell - h}}\theta_0 \sin(\omega_0' t)}$. L'amplitude vaut $\boxed{\theta_0' = \sqrt{\frac{\ell}{\ell - h}}\theta_0}$.
Des deux côtés du clou le mouvement du pendule n'a ni la même amplitude ni la même pulsation, par conséquent $\theta(t)$ n'est pas une sinusoïde ; **les oscillations ne sont pas harmoniques**.

5. Sur une période du mouvement global le pendule effectue :

- une demi-oscillation dans le domaine $\theta > 0$: $\Delta t_1 = \frac{T_0}{2} = \frac{\pi}{\omega_0} = \pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$;
- une demi-oscillation dans le domaine $\theta < 0$: $\Delta t_2 = \frac{T_0'}{2} = \frac{\pi}{\omega_0'} = \pi\sqrt{\frac{\ell - h}{g}}$.

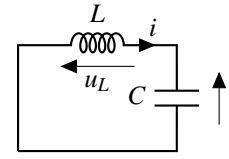
La période du pendule vaut $T = \Delta t_1 + \Delta t_2 \iff \boxed{T = \pi\left(\sqrt{\frac{\ell}{g}} + \sqrt{\frac{\ell - h}{g}}\right)}$.

6. On trace l'allure du graphe de $\theta(t)$ sur l'intervalle $[0, 2T]$.



Exercice 4 : Oscillations harmoniques électriques

1. Loi des mailles : $0 = u + u_L$.
Loi du condensateur : $i = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$.
Loi de la bobine : $u_L = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = LC\frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}t^2}$.



On trouve finalement : $\boxed{\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}t^2}+\frac{u}{LC}=0}$.

La pulsation propre vaut $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$ et la fréquence propre : $\boxed{f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=3,2\cdot10^2\,\mathrm{Hz}}$.

2. À $t=0^-$ l'interrupteur est ouvert : $i(0^-)=0$ et le condensateur est chargé : $u(0^-)=U_0$.

L'intensité dans la branche d'une bobine est continue : $\boxed{i(0^+)=i(0^-)=0}$.

La tension aux bornes d'un condensateur est continue : $\boxed{u(0^+)=u(0^-)=U_0}$.

D'après la loi de la bobine : $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}(0^+)=\frac{u_L(0^+)}{L}=-\frac{u(0^+)}{L}\iff\boxed{\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}(0^+)=-\frac{U_0}{L}}$.

D'après la loi du condensateur : $\boxed{\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}(0^+)=\frac{i(0^+)}{C}=0}$.

3. Solution générale : $u(t)=A\cos(\omega_0t)+B\sin(\omega_0t)$.

Conditions initiales : $\begin{cases}u(0^+)=U_0=A\\ \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}(0^+)=0=B\omega_0'\iff B=0\end{cases}$.

On conclut que $\boxed{u(t)=U_0\cos(\omega_0t)}$. La tension oscille avec une amplitude $\boxed{U_0=6\,\mathrm{V}}$.

4. L'intensité vaut : $i(t)=C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=-CU_0\omega_0\sin(\omega_0t)\iff\boxed{i(t)=-\sqrt{\frac{C}{L}}U_0\sin(\omega_0t)}$.

L'intensité oscille avec une amplitude : $\boxed{I_m=\sqrt{\frac{C}{L}}U_0=0,12\,\mathrm{A}}$.

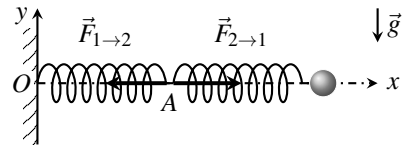
5. Les énergies stockées par le condensateur et la bobine valent :

$$\boxed{\mathscr{E}_e(t)=\frac{1}{2}Cu^2(t)=\frac{1}{2}CU_0^2\cos^2(\omega_0t)}\quad\text{et}\quad\boxed{\mathscr{E}_m(t)=\frac{1}{2}Li^2(t)=\frac{1}{2}CU_0^2\sin^2(\omega_0t)}$$

L'énergie totale vaut $\mathscr{E}_{em}(t)=\frac{1}{2}CE^2$, **elle se conserve au cours du temps**. On pouvait s'y attendre car le condensateur et la bobine ne dissipent pas l'énergie échangée avec le circuit. L'énergie oscille périodiquement entre une forme électrique stockée par le condensateur et une forme magnétique stockée par la bobine.

Exercice 5 : Associations de ressorts

1. On note $\vec{F}_{1\to2}=-k_1(\ell_1-\ell_{01})\vec{u}_x$ la force de rappel que le ressort de gauche en A et $\vec{F}_{2\to1}=k_2(\ell_2-\ell_{02})\vec{u}_x$ la force que le ressort de droite exerce en A. D'après la troisième loi de Newton ces deux forces sont opposées : $\vec{F}_{1\to2}=-\vec{F}_{2\to1}$.



En projection sur $\vec{u}_x$ on trouve : $\boxed{k_1(\ell_1-\ell_{01})=k_2(\ell_2-\ell_{02})}$ (1).

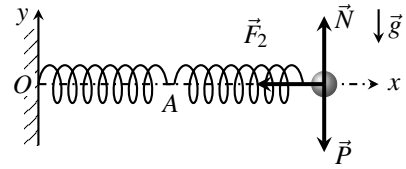
La position de la masse est telle que $x=\ell_1+\ell_2\implies\ell_1=x-\ell_2$.

En injectant dans la relation (1) on obtient :

$$k_1\,(x-\ell_2-\ell_{01}) = k_2(\ell_2-\ell_{02}) \iff \boxed{\ell_2 = \frac{k_1}{k_1+k_2}x + \frac{k_2\ell_{02}-k_1\ell_{01}}{k_1+k_2}}$$

C'est conforme à l'expression attendue, avec $a = \frac{k_1}{k_1+k_2}$ et $b = \frac{k_2\ell_{02}-k_1\ell_{01}}{k_1+k_2}$.

2. Système : masse ponctuelle.
Référentiel : terrestre supposé galiléen.
Repère : cartésien (Oxy).
Bilan des forces : poids $\vec{P}$, réaction normale du support $\vec{N}$, force de rappel $\vec{F}_2$ (ressort de droite).
PFD : $m\vec{a} = \vec{P}+\vec{N}+\vec{F}_2$.
Cinématique : $\vec{a} = \ddot{x}\vec{u}_x$.



Longueur du ressort : $\ell_2 = \frac{k_1}{k_1+k_2}x + \frac{k_2\ell_{02}-k_1\ell_{01}}{k_1+k_2}$ (d'après la question 1).

Projections : $\vec{P} = -mg\,\vec{u}_y$, $\vec{N} = \|\vec{N}\|\vec{u}_y$, $\vec{F}_2 = -k_2(\ell_2-\ell_{02})\vec{u}_x = -\frac{k_1k_2}{k_1+k_2}(x-\ell_{01}-\ell_{02})\vec{u}_x$.

La projection du PFD sur $\vec{u}_x$ conduit à : $\boxed{\ddot{x} + \frac{k_1k_2}{m(k_1+k_2)}x = \frac{k_1k_2}{m(k_1+k_2)}(\ell_{01}+\ell_{02})}$.

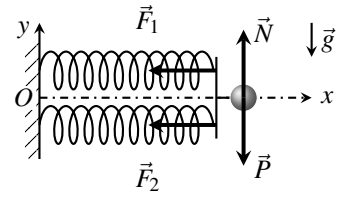
La pulsation propre de cet oscillateur vaut $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_1k_2}{m(k_1+k_2)}}$.

Dans le cas d'un ressort unique de raideur K_s on aurait obtenu $\omega_0 = \sqrt{\frac{K_s}{m}}$.

Cette association en série est semblable à un ressort unique de raideur équivalente : $\boxed{K_s = \frac{k_1k_2}{k_1+k_2}}$.

Remarque : Cette relation s'écrit également sous la forme : $\frac{1}{K_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$ et se généralise à un nombre quelconque de ressorts en série : $\boxed{\frac{1}{K_s} = \sum_i \frac{1}{k_i}}$.

3. Bilan des forces : poids $\vec{P}$, réaction normale du support $\vec{N}$, forces de rappel $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ exercées par les ressorts.
PFD : $m\vec{a} = \vec{P}+\vec{N}+\vec{F}_1+\vec{F}_2$.
Longueurs des ressorts : $\ell_1 = \ell_2 = x$.
Projections : $\vec{P} = -mg\,\vec{u}_y$, $\vec{N} = \|\vec{N}\|\vec{u}_y$,
$\vec{F}_1 = -k_1(x-\ell_{01})\vec{u}_x$. , $\vec{F}_2 = -k_2(x-\ell_{02})\vec{u}_x$.



La projection du PFD sur $\vec{u}_x$ conduit à : $\boxed{\ddot{x} + \frac{k_1+k_2}{m}x = \frac{k_1\ell_{01}+k_2\ell_{02}}{m}}$.

La pulsation propre s'écrit $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}$.

Cette association en parallèle est équivalente à un ressort unique de raideur $\boxed{K_p = k_1+k_2}$.

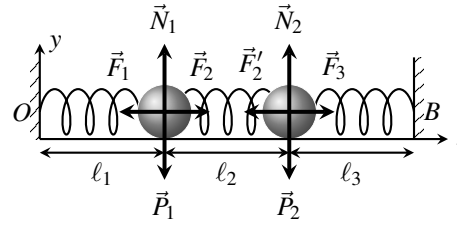
Remarque : On peut généraliser pour un nombre quelconque de ressorts en parallèle : $\boxed{K_p = \sum_i k_i}$.

Exercice 6 : Oscillations couplées

1. Système : masse M_1.

Référentiel : terrestre supposé galiléen.

Repère : cartésien (Oxy).



Bilan des forces : poids $\vec{P}_1$, réaction normale du support $\vec{N}_1$, forces de rappel $\vec{F}_1$ (ressort de gauche) et $\vec{F}_2$ (ressort central).

PFD : $m\vec{a}_1 = \vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.

Cinématique : $\vec{a}_1 = \ddot{x}_1\,\vec{u}_x$.

Longueurs des ressorts : $\ell_1 = x_1$ et $\ell_2 = x_2 - x_1$.

Projections : $\vec{P}_1 = -mg\,\vec{u}_y$, $\vec{N}_1 = \|\vec{N}_1\|\vec{u}_y$, $\vec{F}_1 = -kx_1\,\vec{u}_x$, $\vec{F}_2 = k(x_2 - x_1)\vec{u}_x$.

La projection du PFD sur $\vec{u}_x$ conduit à : $\boxed{m\ddot{x}_1 + 2kx_1 = kx_2}$ (1).

Système : masse M_2.

Bilan des forces : poids $\vec{P}_2$, réaction normale du support $\vec{N}_2$, forces de rappel $\vec{F}_2'$ (ressort central) et $\vec{F}_3$ (ressort de droite).

PFD : $m\vec{a}_2 = \vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{F}_2' + \vec{F}_3$.

Cinématique : $\vec{a}_2 = \ddot{x}_2\,\vec{u}_x$.

Longueurs des ressorts : $\ell_2 = x_2 - x_1$ et $\ell_3 = L - x_2$.

Projections : $\vec{P}_2 = -mg\,\vec{u}_y$, $\vec{N}_2 = \|\vec{N}_2\|\vec{u}_y$, $\vec{F}_2' = -k(x_2 - x_1)\vec{u}_x$, $\vec{F}_3 = k(L - x_2)\vec{u}_x$.

La projection du PFD sur $\vec{u}_x$ conduit à : $\boxed{m\ddot{x}_2 + 2kx_2 = kx_1 + kL}$ (2).

2. En écrivant $(2)+(1)$ et $(2)-(1)$ on obtient les équations vérifiées par $S(t)$ et $D(t)$:

$$\ddot{S} + \frac{k}{m}S = \frac{k}{m}L \qquad \text{et} \qquad \ddot{D} + \frac{3k}{m}D = \frac{k}{m}L$$

On identifie les deux pulsations propres : $\boxed{\omega_s = \sqrt{k/m}}$ et $\boxed{\omega_a = \sqrt{3k/m}}$.

3. On résout l'équation pour $S(t)$.

Solution particulière : $\frac{k}{m}S_p = \frac{k}{m}L \iff S_p = L$.

Solution générale : $S(t) = A\cos(\omega_s t) + B\sin(\omega_s t) + L$.

Conditions initiales : $\begin{cases} S(0) = x_1(0) + x_2(0) = L = A + L \iff A = 0 \\ \dot{S}(0) = \dot{x}_1(0) + \dot{x}_2(0) = 0 = B\omega_s \iff B = 0 \end{cases}$.

On conclut que $S(t) = L = \text{Cste}$.

On calcule $D(t)$ avec un raisonnement analogue et on obtient : $D(t) = -2a\cos(\omega_a t) + \frac{L}{3}$.

Connaissant S et D on retrouve les positions des deux masses par : $x_1 = \frac{S-D}{2}$ et $x_2 = \frac{S+D}{2}$.

$$\boxed{x_1(t) = \frac{L}{3} + a\cos(\omega_a t)} \qquad \text{et} \qquad \boxed{x_2(t) = \frac{2L}{3} - a\cos(\omega_a t)}$$

Les masses oscillent à la pulsation $\boxed{\omega_a}$. Quand $x_1(t)$ est maximale $x_2(t)$ est minimale, et vice-versa. Les masses oscillent **en opposition de phase**.

4. Un raisonnement similaire à celui de la question précédente conduit à $S(t) = L + 2a\cos(\omega_s t)$ et $D(t) = \frac{L}{3} = \text{Cste}$, puis à : $\boxed{x_1(t) = \frac{L}{3} + a\cos(\omega_s t)}$ et $\boxed{x_2(t) = \frac{2L}{3} + a\cos(\omega_s t)}$

Les masses oscillent à la pulsation $\boxed{\omega_s}$, **en phase**.

Remarque : Le ressort central crée un *couplage* entre deux oscillateurs {masse m + ressort k}. Il apparaît deux *modes propres* : celui de pulsation ω_s est appelé *mode symétrique* et ω_a *mode antisymétrique*. En fonction des conditions initiales on peut se trouver dans l'un, ou l'autre, ou encore dans une superposition des deux modes propres.