

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

L'usage de calculatrices est autorisé.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Exercice 1 : Fibre optique

Dans cet exercice, on traite de la fibre optique. Après avoir rappelé quelques résultats généraux d'optique géométrique dans la sous-partie 1, on détaillera la propagation des rayons dans la fibre à saut d'indice (sous-partie 2) puis dans la fibre optique à gradient d'indice (sous-partie 3), ce qui nous conduit à une technique d'augmentation de la capacité de transmission : le multiplexage (sous-partie 4 avec les questions **Q16. 17. 18.** qui ne seront pas traitées). La sous-partie 5 est consacrée aux pertes associées à l'usage de la fibre optique.

Cet exercice est adapté d'un sujet de concours.

Les sous-parties sont globalement indépendantes.

Dans toute cette partie, on notera $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ la célérité de la lumière dans le vide.

1 – Généralités

- Q1.** Énoncer les lois de Snell – Descartes relatives à la réflexion et à la réfraction de la lumière en les accompagnant de schémas.
- Q2.** Lors d'une séance de travaux pratiques, on dispose d'un disque métallique gradué en degrés, d'un laser et d'un demi-cylindre de plexiglas dont la face plane est confondue avec un diamètre du disque métallique. La lumière du laser arrive sur la face courbe du demi-cylindre de plexiglas suivant un de ses rayons comme indiqué en **figure 1**. Le demi-cylindre peut pivoter sur le disque métallique autour de l'axe (Oz), O étant le centre du disque.

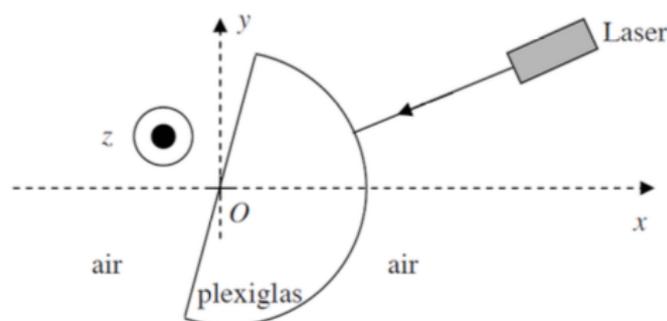


Figure 1 – Expérience avec un demi-cylindre en plexiglas

Sur la **figure 1** reproduite en annexe, tracer les rayons réfractés et réfléchis issus du laser en précisant les angles d'incidence, de réfraction et de réflexion.

Quel phénomène peut-on observer ? Préciser à quelle interface et déterminer l'expression de l'angle limite i_L

2 – La fibre optique à saut d'indice

Une fibre optique à saut d'indice, représentée en **figure 2**, est constituée d'un cœur cylindrique transparent d'indice $n_c = 1,500$ et de rayon r_c , entouré d'une gaine transparente d'indice $n_g = 1,485$. L'axe Ox de la fibre est normal au dioptre air-cœur. En raison de la symétrie de révolution de la fibre autour de l'axe Ox , on se restreint à une étude dans le plan (xOy) .

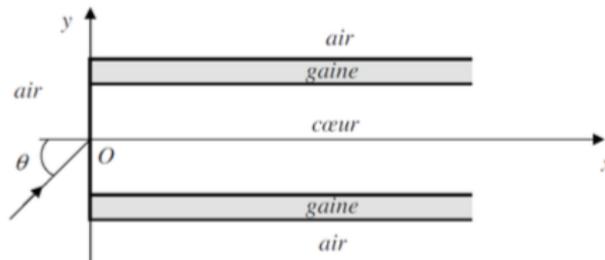


Figure 2 – Fibre optique à saut d'indice

L'indice de l'air vaut 1,000.

Un rayon lumineux monochromatique se propageant dans l'air, situé dans le plan (xOy) , pénètre dans le cœur de la fibre en O avec un angle d'incidence θ .

Q3. Expliquer qualitativement comment le rayon peut être guidé dans la fibre.

Sur la **figure 2** reproduite en annexe, représenter l'allure du rayon guidé.

Q4. Montrer que le rayon reste dans le cœur si l'angle θ est inférieur à l'angle limite θ_L , appelé

angle d'acceptance de la fibre optique tel que $\sin \theta_L = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$. Nommer ce paramètre. Calculer la valeur de $\sin \theta_L$.

On considère maintenant une fibre optique de longueur L . Le rayon entre dans la fibre avec un angle d'incidence θ variable compris entre 0 et θ_L .

Q5. Quel est le rayon qui traverse le plus rapidement la fibre ? Exprimer, en fonction de L , c et n_c , la durée de parcours T_1 de ce rayon.

Q6. Quel est le rayon qui met le plus de temps à traverser la fibre ? Exprimer, en fonction de L , c , n_g et n_c , la durée de parcours T_2 de ce rayon.

Q7. En déduire l'expression de l'intervalle de temps $\delta T = T_2 - T_1$ en fonction de L , c , n_g et n_c . Calculer la valeur de δT pour $L = 10$ km.

Q8. Le codage binaire de l'information consiste à envoyer des impulsions lumineuses, appelées bits, périodiquement avec une fréquence appelée débit. Quel est le débit maximal de transmission D_{max} qui empêche le recouvrement des impulsions à la sortie de la fibre ?

Q9. On appelle L_{max} la longueur maximale de fibre optique qui permet d'éviter le phénomène de recouvrement des impulsions. Pour un débit de 100 Mbits par seconde, évaluer la longueur maximale de fibre optique que l'on peut utiliser pour transmettre le signal. Commenter.

On injecte à l'entrée de la fibre une impulsion lumineuse de durée τ_e , représentée en **figure 3**, formée par un faisceau de rayons ayant un angle d'incidence compris entre 0 et θ_L .

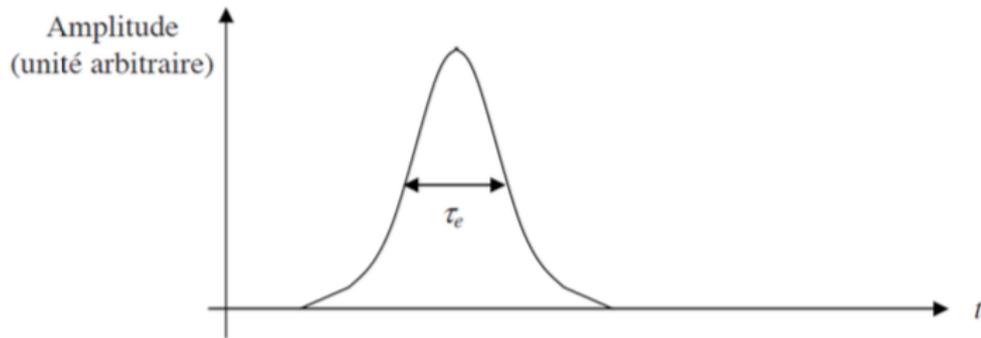


Figure 3 – Impulsion lumineuse en entrée de fibre optique

Q10. Sur la **figure 3** reproduite en annexe, représenter l’allure de l’impulsion en sortie de fibre.
On négligera ici tout phénomène d’absorption de la lumière par la fibre.

Donner l’expression de la largeur τ_s de l’impulsion en sortie de la fibre en fonction de τ_e et δT et expliquer pourquoi l’amplitude maximale de l’impulsion en sortie de la fibre est inférieure à l’amplitude maximale de l’impulsion en entrée de la fibre.

3 – La fibre optique à gradient d’indice

Pour remédier à l’élargissement des impulsions, on a fabriqué des fibres dites à gradient d’indice dans lesquelles on a remplacé le cœur par un milieu inhomogène d’indice $n(y)$ vérifiant la relation $n^2(y) = n_c^2 - (n_c^2 - n_g^2) \left(\frac{y}{r_c}\right)^2$ pour $|y| \leq r_c$, où y désigne la distance algébrique du point considéré à l’axe Ox et r_c le rayon du cœur de la fibre. La gaine reste homogène d’indice n_g et on a encore $n(y=0) = n_c = 1,500$. Le rayon entre dans la fibre en O avec un angle d’incidence θ compris entre 0 et θ_L . Dans ces conditions, la trajectoire du rayon lumineux est celle indiquée en **figure 4**.

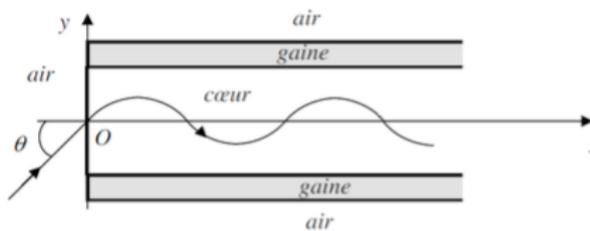


Figure 4 – Fibre à gradient d’indice

Q11. Evaluer $n(0)$ et $n(r_c)$. Tracer l’allure de $n(y)$ en fonction de y pour $|y| \leq r_c$.

Q12. Soit un point M du rayon lumineux repéré par ses coordonnées (x, y) . On introduit φ , l’angle formé en M entre la tangente au rayon lumineux et l’axe Ox comme indiqué en **figure 5**.
En considérant le cœur comme un milieu stratifié formé de milieux d’indices $n_0, n_1, \dots, n_j, \dots$ limités par des dioptries plans parallèles, d’équation $y = \text{cste}$ (figure 8b page 8), quelles relations lient les indices n_{j-1}, n_j , et n_{j+1} aux angles d’incidence i_{j-1}, i_j, i_{j+1} ?

En déduire que $n(y) \cdot \cos \varphi$ est une constante.

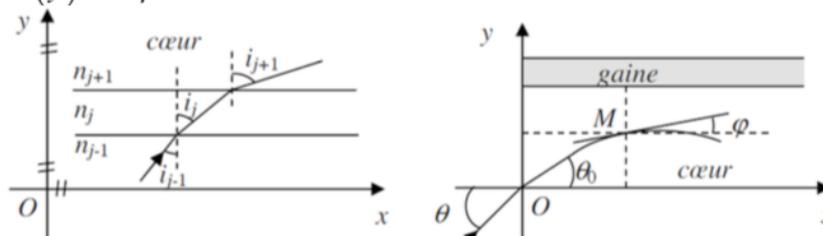


Figure 5 - Trajectoire du rayon lumineux dans une fibre à gradient d’indice

Expliquer pourquoi le rayon lumineux est orienté vers les y décroissants après le point M .

Q13. On admet que la trajectoire du rayon vérifie l'équation différentielle: $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{1 - (\frac{n_a}{n_c})^2}{(r_c \cos \theta_0)^2} y$

Montrer que $y(x) = A \cos(kx + \varphi)$, avec A et φ constantes, est une solution générale en précisant l'unité et en identifiant l'expression de k^2

Q14. Existe-t-il une différence pour la quantité $\sin(\theta_L)$, où θ_L est l'angle limite défini à la question Q4, entre une fibre optique à saut d'indice et une à gradient d'indice ? Quel est donc l'intérêt de cette caractéristique de la fibre optique ?

Q15. On considère une impulsion lumineuse identique à celle de la question Q10. Cette impulsion, en sortie d'une fibre optique à gradient d'indice de longueur L , possède un élargissement temporel, $\delta T' = \frac{n_c \cdot L}{c} \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot \cos \theta_0} - 1 + \frac{\cos \theta_0}{2} \right)$.

Evaluer cette durée pour $L = 10$ km et l'angle $\theta_0 = 8^\circ$.
Comparer $\delta T'$ à δT . Commenter.

5 – Pertes associées à l'usage de la fibre optique

Les inévitables impuretés présentes dans la fibre diffusent la lumière hors de celle-ci. Ainsi, la puissance lumineuse diminue le long du trajet (figure 7).

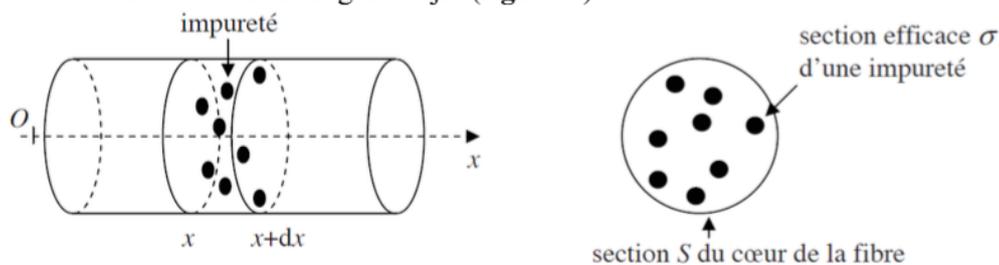


Figure 7 – Impuretés dans une fibre

L'atténuation de la lumière dans les fibres optiques est due à l'absorption et à la diffusion par le matériau constitutif du cœur et par ses impuretés (Fe^{2+} , Cu^{2+} , HO^-).

La formule de l'atténuation en décibels par kilomètre est : $A = \frac{10}{L} \log_{10} \frac{\phi_f}{\phi_i}$ avec ϕ_f et ϕ_i les flux lumineux dans les plans de front respectivement finaux et initiaux distants de L en km. On précise que \log_{10} est la fonction appelée logarithme décimal et définie par : $\log_{10}(x) = \frac{\ln(x)}{\ln 10}$. On parvient couramment à réaliser des fibres optiques dans lesquelles le flux, après un parcours de 50 km, représente 10 % du flux incident.

Q19. Déterminer la valeur de l'atténuation A dans ce type de fibres optiques.

Q20. Pour un verre standard, cette atténuation linéique est de l'ordre de 0,1 dB/mm, alors que dans les fibres optiques, elle est de l'ordre de 0,2 dB/km. En supposant que le signal doit être réamplifié dès que sa puissance est inférieure à 1 % de sa valeur d'émission, calculer la distance maximale qui sépare deux amplificateurs lors d'une liaison par fibres optiques.

Q21. La section efficace microscopique d'une impureté donnée n'est pas constante mais dépend de la longueur d'onde du signal lumineux. Aussi, l'atténuation linéique A d'une fibre optique dépend également de celle-ci comme indiqué en **figure 8**. Expliquer pourquoi on travaille dans les fibres optiques à $1,6 \mu\text{m}$. À quel domaine du spectre électromagnétique cela correspond-il ?

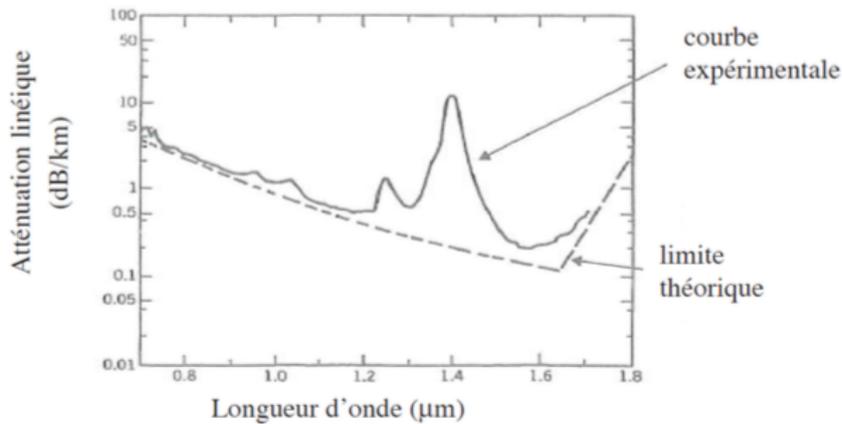


Figure 8 – Atténuation linéique de puissance en fonction de la longueur d'onde

Q22. L'indice du coeur vérifie la loi phénoménologique de Cauchy :

$$n(\lambda_0) = A + \frac{B}{\lambda_0^2}$$

avec λ_0 la longueur d'onde dans le vide, $A = 1,5046$ et $B = 0,00420 \mu\text{m}^2$ pour la fibre optique. On suppose que la source lumineuse est un laser de longueur d'onde centrale $\lambda = 635,0000 \text{ nm}$ et de largeur spectrale $\Delta\lambda = 0,0010 \text{ nm}$.

- (a) Représenter l'allure du spectre de ce laser.
- (b) Déterminer l'expression du temps $\tau(\lambda)$ mis par une impulsion de longueur d'onde λ pour parcourir la distance L en fonction de L, c_{vide}, A, B et λ .
- (c) Montrer que l'expression de l'élargissement temporel $\Delta\tau$ de l'impulsion, supposée infiniment brève à l'émission, à la sortie de la fibre optique est $\Delta\tau \approx \frac{LB}{c_{\text{vide}}} \frac{2\Delta\lambda}{\lambda^3}$.
- (d) Déterminer un ordre de grandeur de $\Delta\tau$ pour $L \approx 50 \text{ km}$. Commenter.

Q23. Si la fibre peut être courbée sans grand inconvénient mécanique, cette courbure peut néanmoins conduire à une perte de l'énergie guidée. En raisonnant sur la **figure 9**, expliquer la raison de cette perte dans une fibre optique à saut d'indice. En considérant un rayon pénétrant dans la fibre, perpendiculairement à sa section, à la limite du bord inférieur, donner en fonction de n_c, n_g, r_c et r_g le rayon de la gaine, l'expression du rayon de courbure r à partir duquel la perte de courbure apparaîtra. Calculer ce rayon en considérant que $r_c + r_g = 1,0 \text{ mm}$, $r_c - r_g \approx 0, n_c = 1,500$ et $n_g = 1,485$. Conclure.

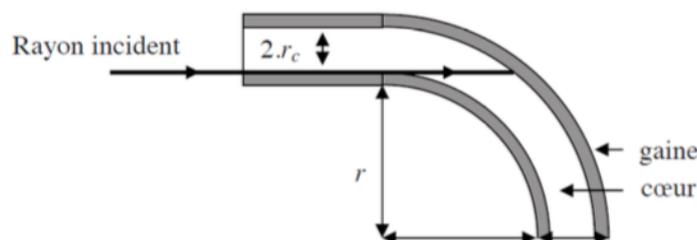


Figure 9 – Perte de courbure dans la fibre optique à saut d'indice

Exercice 2 : Appareil photographique numérique à la mer

Dans cet exercice, on s'intéresse à la mise au point (Partie I) et au télémètre (Partie II) d'un appareil photographique numérique utilisé dans l'approximation de Gauss.

On rappelle que la relation de conjugaison de Descartes pour les lentilles sphériques minces dans l'approximation de Gauss est :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$$

avec A et A' les points objet et image conjugués par la lentille sphérique mince de centre optique O et de distance focale image f' .

Les résultats des applications numériques seront présentés avec 2 chiffres significatifs et les résultats des ordres de grandeur seront présentés avec 1 chiffre significatif.

1. (a) Énoncer précisément les deux conditions de l'approximation de Gauss.
Quelle partie de l'appareil photographique permet d'assurer ces conditions ?
- (b) Nommer et définir les deux propriétés vérifiées par les systèmes optiques centrés dans ces conditions.

I Mise au point

On modélise l'objectif de l'appareil photographique par une lentille sphérique mince convergente \mathcal{L} , de vergence $v = 1/f' = 10 \text{ } \delta$, de centre O et de foyers objet et image F et F' .

2. (a) Faire un schéma d'une mise au point à l'infini à l'échelle 1/2 en présentant les deux rayons de construction principaux et en précisant f' .
- (b) Déterminer graphiquement la valeur de la distance p_∞ entre l'objectif et le capteur de l'appareil si on veut photographier des objets très éloignés.
- (c) Retrouver p_∞ avec la relation de conjugaison de Descartes.

La mise au point de l'appareil photographique s'effectue en modifiant la distance entre la lentille et le capteur après sa mise au point à l'infini.

3. (a) Faire un schéma d'une mise au point à distance finie à l'échelle 1/2 en présentant les trois rayons de construction principaux.
- (b) Déterminer graphiquement s'il faut éloigner ou rapprocher le capteur de l'objectif.

La course du capteur de l'appareil photographique, c'est-à-dire le déplacement du capteur par rapport à l'objectif, est limitée à $\Delta x_{max} = 7,5 \text{ mm}$ de sa position en mise au point à l'infini.

4. (a) Déterminer l'expression de la distance minimale D_{min} à laquelle doit se trouver un objet de l'objectif pour pouvoir être photographié avec cet appareil si on exige une mise au point en fonction de f' et Δx_{max} .
- (b) Calculer D_{min} .

Le capteur de l'appareil photographique numérique est de dimensions $24 \text{ mm} \times 36 \text{ mm}$ pour 16,3 mégapixels.

5. Déterminer un ordre de grandeur de la taille caractéristique d'un pixel du capteur de cet appareil photographique numérique.

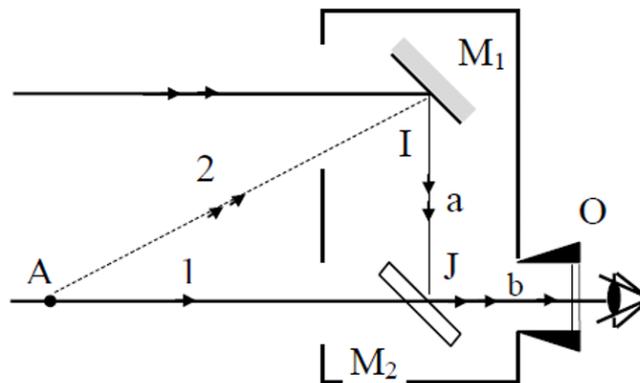
On cherche à photographier la sonnette d'un vélo situé à 2,0 m avec cet objectif.



6. (a) Donner la définition du grandissement transversal γ puis son expression pour les lentilles sphériques minces de centre optique O en fonction de $\overline{OA'}$ et \overline{OA} .
 (b) En déduire l'expression du grandissement transversal γ des lentilles sphériques minces en fonction de \overline{OA} et f' .
7. (a) Déterminer un ordre de grandeur du grandissement transversal pour la sonnette γ_1 . Commenter.
 (b) Estimer la taille caractéristique de la sonnette du vélo $\overline{AB_1}$.
 (c) En déduire un ordre de grandeur de la taille de la sonnette sur le capteur $\overline{A'B'_1}$.
8. La photographie a-t-elle pu être prise avec cet objectif en ce qui concerne la distance de prise de vue et la taille des images ?

II Télémètre

L'appareil photographique est équipé d'un télémètre, un système optique permettant de mesurer la distance D entre le point objet visé A et le point d'entrée dans le système appelé J . Il est modélisé simplement par deux miroirs plans \mathcal{M}_1 (orientable) et \mathcal{M}_2 (fixe, incliné à 45° et semi-transparent) tels que $a = 9,0$ cm et un système de visée afocale :



Par construction, il y a deux rayons qui passent par le centre d'observation O : le rayon 1 ne subit pas de réflexion (mais traverse simplement le miroir \mathcal{M}_2) et le rayon indirect 2 subit deux réflexions (une sur \mathcal{M}_1 et une sur \mathcal{M}_2).

Dans la configuration par défaut représentée sur la figure, le miroir \mathcal{M}_1 et le miroir \mathcal{M}_2 sont parallèles tous les deux inclinés à 45° par rapport à la verticale.

Le réglage angulaire du télémètre est précis à la minute d'arc.

9. Montrer que pour un point objet A_∞ les deux images obtenues sont superposées.
10. À l'aide d'un schéma, déterminer l'angle d'inclinaison α du miroir \mathcal{M}_1 par rapport à sa position par défaut qui permet de superposer les deux images issues de A en fonction de a et D .
11. Déterminer la valeur de α en degré-minute d'arc pour la photographie de la sonnette. Commenter.

Résolution de problèmes : Explosion !

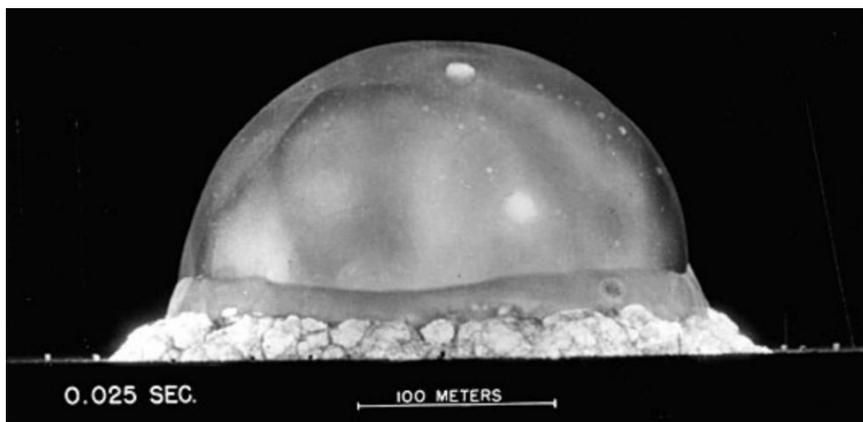
Ancien programme de Physique PCSI :

" La résolution de problèmes mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous."

| Compétence | Exemples de capacités associées |
|---|---|
| S'approprier le problème. | Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. |
| Établir une stratégie de résolution (analyser). | Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, ...). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. |
| Mettre en œuvre la stratégie (réaliser). | Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle ... |
| Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider). | S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, ...). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue. |
| Communiquer. | Présenter la solution, ou la rédiger, en expliquant le raisonnement et les résultats. |

Le test Trinity est le nom de code du premier essai nucléaire de l'histoire qui a eu lieu le 16 juillet 1945 dans un désert du Nouveau-Mexique dans le cadre du projet Manhattan lancé par les États-Unis durant la seconde guerre mondiale.

Le rayon du nuage atomique dépend du temps Δt écoulé depuis l'explosion, de la masse volumique de l'air ρ et de l'énergie libérée par l'explosion \mathcal{E} .



Quel est l'ordre de grandeur de l'énergie \mathcal{E} libérée par l'explosion en tonnes équivalents de TNT ?

Données :

On peut supposer que la constante de proportionnalité d'analyse dimensionnelle est 1.
L'explosion de 1 kg de TNT libère environ $4 \cdot 10^6$ J.

NOM :

Annexe de l'Exercice 1 : Fibre optique

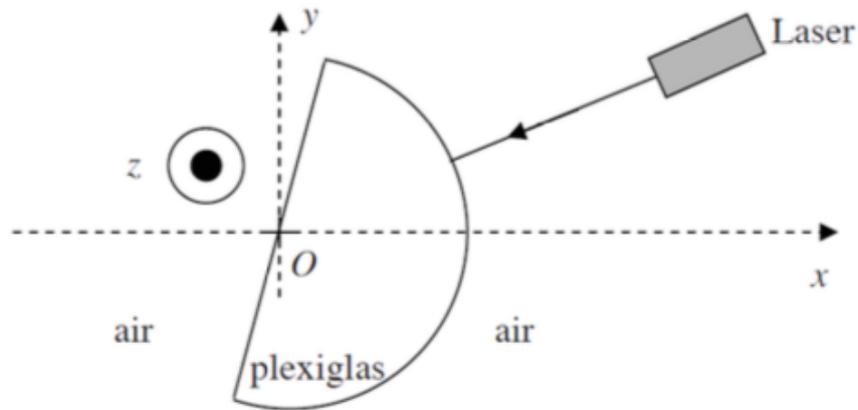


Figure 1 - Expérience avec un demi-cylindre en plexiglas

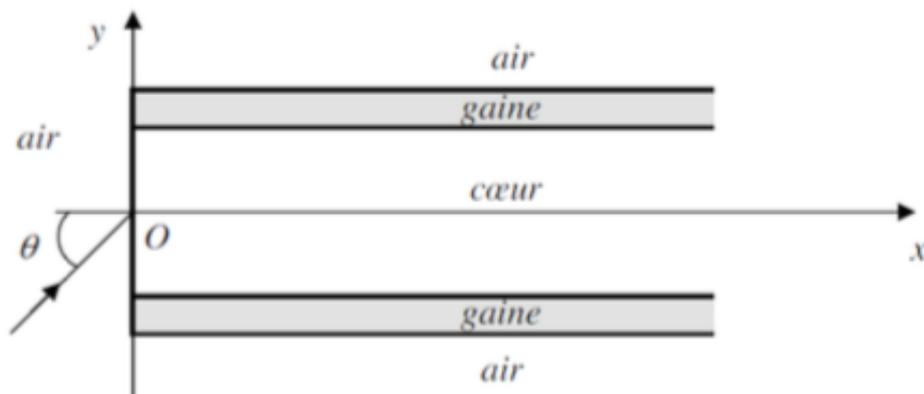


Figure 2 - Fibre optique à saut d'indice

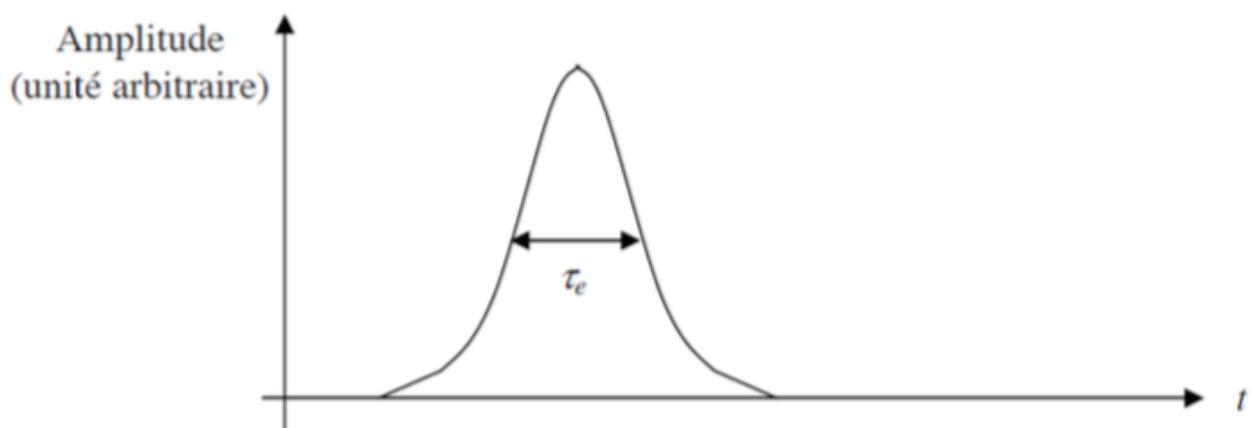


Figure 3 - Impulsion lumineuse en entrée de fibre optique