

Semaine de colle numéro 6 : 6 au 10 novembre 2023.

Chapitre de cours : Circuits du premier ordre en régime transitoire. Oscillateur harmonique et oscillateur amorti en régime transitoire.

Chapitre de TD : Circuits du premier ordre en régime transitoire.

Liste des questions de cours :

Circuits du premier ordre en régime transitoire.

1. On considère un circuit constitué d'un générateur de tension idéale en série avec un conducteur ohmique de résistance R et un condensateur de capacité C . Régime libre, on envisage que le générateur passe d'une fem E_0 à une fem nulle à l'instant $t=0$.
 - Etablir l'expression de $U_c(t < 0)$ en supposant que le circuit est en régime stationnaire.
 - Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur lors du régime transitoire et la mettre sous forme canonique.
 - Etablir la solution générale de cette équation.
 - Etablir la condition initiale vérifiée et en déduire l'expression de la tension aux bornes du condensateur. Faire une représentation graphique.
2. On considère un circuit constitué d'un générateur de tension idéale en série avec un conducteur ohmique de résistance R et un condensateur de capacité C . Réponse à un échelon de tension, on envisage que le générateur passe d'une fem nulle à une fem E_0 à l'instant $t=0$.
 - Etablir l'expression de $U_c(t < 0)$ en supposant que le circuit est en régime stationnaire.
 - Etablir l'équation différentielle vérifiée par $U_c(t)$ lors du régime transitoire et la mettre sous forme canonique.
 - Etablir la solution générale de cette équation.
 - Etablir la condition initiale vérifiée et en déduire l'expression de la tension aux bornes du condensateur. Faire une représentation graphique.
3. On considère un circuit constitué d'un générateur de tension idéale en série avec un conducteur ohmique de résistance R et d'une bobine d'inductance L . Régime libre, on envisage que le générateur passe d'une fem E_0 à une fem nulle à l'instant $t=0$.
 - Etablir l'expression de $i(t < 0)$ en supposant que le circuit est en régime stationnaire.
 - Etablir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$ lors du régime transitoire et la mettre sous forme canonique.
 - Etablir la solution générale de cette équation.
 - Etablir la condition initiale vérifiée et en déduire l'expression de l'intensité dans la bobine. Faire une représentation graphique.
4. On considère un circuit constitué d'un générateur de tension idéale en série avec un conducteur ohmique de résistance R et d'une bobine d'inductance L . Réponse à un échelon de tension, on envisage que le générateur passe d'une fem nulle à une fem E_0 à l'instant $t=0$.
 - Etablir l'expression de $i(t < 0)$ en supposant que le circuit est en régime stationnaire.
 - Etablir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$ lors du régime transitoire et la mettre sous forme canonique.
 - Etablir la solution générale de cette équation.
 - Etablir la condition initiale vérifiée et en déduire l'expression de l'intensité dans la bobine. Faire une représentation graphique.

Oscillateur harmonique et oscillateur amorti en régime transitoire.

5. On considère un circuit constitué d'un générateur de tension idéale en série avec une bobine (idéale) d'inductance L et un condensateur (idéal) de capacité C . Réponse en régime libre, on envisage que le générateur passe d'une fem E_0 à une fem nulle à l'instant $t=0$,
- Etablir l'expression de $U_C(t<0)$ en supposant que le circuit est en régime stationnaire ainsi que l'expression de $i(t<0)$.
 - Etablir l'équation différentielle vérifiée par $U_C(t)$ sur l'intervalle $[0, +\infty[$, la mettre sous forme canonique.
 - Donner la solution générale de cette équation et établir l'expression de $U_C(t)$.
6. On considère un circuit constitué d'un générateur de tension idéale en série avec un conducteur ohmique de résistance R , une bobine d'inductance L et un condensateur de capacité C . Réponse à un échelon de tension, on envisage que le générateur passe d'une fem nulle à une fem E_0 à l'instant $t=0$,
- Etablir l'expression de $U_C(t<0)$ en supposant que le circuit est en régime stationnaire ainsi que l'expression de $i(t<0)$.
 - Etablir l'équation différentielle vérifiée par $U_C(t)$ sur l'intervalle $[0, +\infty[$, la mettre sous forme canonique.
7. On considère un système dans lequel la tension étudiée $U(t)$ vérifie l'équation différentielle $\frac{d^2U}{dt^2}(t) + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dU}{dt}(t) + \omega_0^2 U(t) = \omega_0^2 E_0$ avec les conditions initiales $U(t=0^+) = 0$; $(dU/dt)(t=0^+) = 0$.
- Sous quelle forme cherche-t-on les solutions de l'équation homogène ? En déduire le polynôme caractéristique.
 - Déterminer les racines de ce polynôme dans le cas où $Q < 1/2$. Donner alors l'expression générale des solutions de l'équation homogène.
 - Donner la solution particulière de l'équation complète puis la solution générale de l'équation complète.
 - Obtenir alors l'expression de $U(t)$ sur l'intervalle $[0, +\infty[$. Faire une représentation graphique.
8. On considère un système dans lequel la tension étudiée $U(t)$ vérifie l'équation différentielle $\frac{d^2U}{dt^2}(t) + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dU}{dt}(t) + \omega_0^2 U(t) = \omega_0^2 E_0$ avec les conditions initiales $U(t=0^+) = 0$; $(dU/dt)(t=0^+) = 0$.
- Sous quelle forme cherche-t-on les solutions de l'équation homogène ? En déduire le polynôme caractéristique.
 - Déterminer les racines de ce polynôme dans le cas où $Q = 1/2$. Donner alors l'expression générale des solutions de l'équation homogène.
 - Donner la solution particulière de l'équation complète puis la solution générale de l'équation complète.
 - Obtenir alors l'expression de $U(t)$ sur l'intervalle $[0, +\infty[$. Faire une représentation graphique.
9. On considère un système dans lequel la tension étudiée $U(t)$ vérifie l'équation différentielle $\frac{d^2U}{dt^2}(t) + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dU}{dt}(t) + \omega_0^2 U(t) = \omega_0^2 E_0$ avec les conditions initiales $U(t=0^+) = 0$; $(dU/dt)(t=0^+) = 0$.
- Sous quelle forme cherche-t-on les solutions de l'équation homogène ? En déduire le polynôme caractéristique.

- Déterminer les racines de ce polynôme dans le cas où $Q > 1/2$. Donner alors l'expression générale des solutions de l'équation homogène.
- Donner la solution particulière de l'équation complète puis la solution générale de l'équation complète.
- Obtenir alors l'expression de $U(t)$ sur l'intervalle $[0, +\infty[$. Faire une représentation graphique.

A propos des fonctions sinusoïdales.

Une fonction sinusoïdale peut s'écrire sous les formes suivantes :

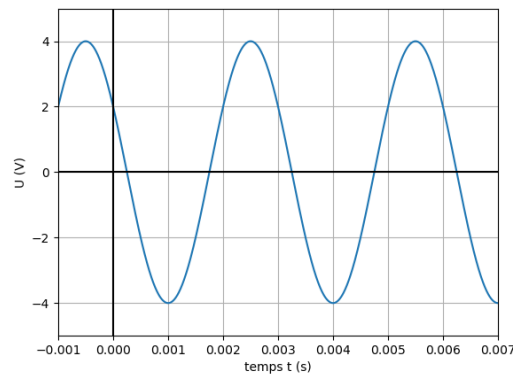
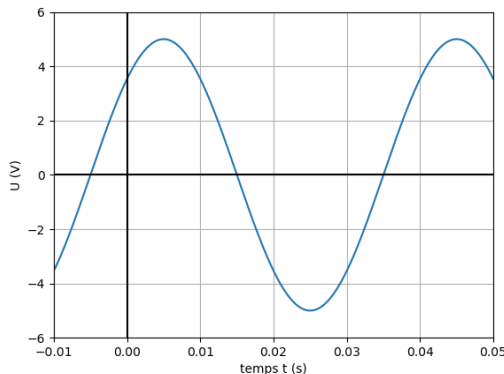
$$f(t) = A_1 \cos(\omega t) + A_2 \sin(\omega t) = A \cos(\omega t + \varphi_0) = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}(t - t_0)\right) = A \cos(2\pi f(t - t_0))$$

Nommer les paramètres suivants : A , φ_0 , ω , f , T , t_0 et préciser les unités dans lesquelles s'expriment ces grandeurs.

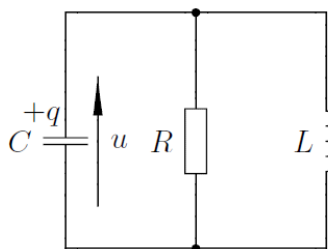
1. Ecrire les relations liant A_1 , A_2 , A et φ_0 .

Pour les fonctions sinusoïdales représentées ci-dessous en fonction du temps t :

2. Déterminer les valeurs numériques de A , T et t_0 par lecture graphique.
3. En déduire les valeurs de f , ω et φ_0 .
4. Le signal est-il en avance ou en retard de phase par rapport au signal de référence présentant un maximum en $t=0$?



AD : Circuit RLC parallèle



Un condensateur est chargé et présente alors une tension constante U_0 sur l'intervalle de temps $t < 0$. A l'instant initial, on le connecte à un circuit constitué d'un conducteur ohmique et d'une bobine en parallèle dans lequel ne circule aucun courant sur l'intervalle de temps $t < 0$.

1. Déterminer les conditions initiales de ce problème en exprimant $u(t=0^+)$ et $i_c(t=0^+)$.
2. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ sur l'intervalle $t > 0$. La mettre sous forme canonique et exprimer les paramètres introduits en fonction de C , R et L .
3. Exprimer R_C la résistance pour laquelle on observe un régime critique.

On suppose que la résistance est égale à R_C .

4. Déterminer l'expression de $u(t)$ sur l'intervalle de temps $t > 0$.