

Semaine de colle numéro 7 : 13 au 17 novembre 2023.

Chapitre de cours : Oscillateur harmonique et oscillateur amorti en régime transitoire.
Oscillateurs en régime sinusoïdal forcé.

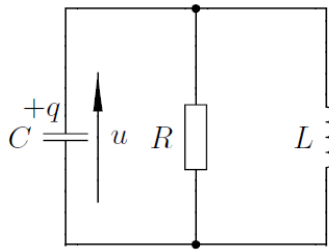
Chapitre de TD : Circuits du premier ordre en régime transitoire. Oscillateur harmonique et oscillateur amorti en régime transitoire.

Liste des questions de cours :

Oscillateur harmonique et oscillateur amorti en régime transitoire.

1. On considère un circuit constitué d'un générateur de tension idéale en série avec un conducteur ohmique de résistance R , une bobine d'inductance L et un condensateur de capacité C . Réponse à un échelon de tension, on envisage que le générateur passe d'une fem nulle à une fem E_0 à l'instant $t=0$,
 - Etablir l'expression de $U_c(t < 0)$ en supposant que le circuit est en régime stationnaire.
 - Etablir l'expression de $U_c(t \rightarrow \infty)$ en supposant que le circuit a atteint un nouveau régime stationnaire.
 - Etablir l'équation différentielle vérifiée par $U_c(t)$ sur l'intervalle $[0, +\infty[$, la mettre sous forme canonique.
2. On considère un système dans lequel la tension étudiée $U(t)$ vérifie l'équation différentielle $\frac{d^2U}{dt^2}(t) + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dU}{dt}(t) + \omega_0^2 U(t) = \omega_0^2 E_0$ avec les conditions initiales $U(t=0^+) = 0$; $(dU/dt)(t=0^+) = 0$.
 - Sous quelle forme cherche-t-on les solutions de l'équation homogène ? En déduire le polynôme caractéristique.
 - Déterminer les racines de ce polynôme dans le cas où $Q < 1/2$. Donner alors l'expression générale des solutions de l'équation homogène.
 - Donner la solution particulière de l'équation complète puis la solution générale de l'équation complète.
 - Obtenir alors l'expression de $U(t)$ sur l'intervalle $[0, +\infty[$.
3. On considère un système dans lequel la tension étudiée $U(t)$ vérifie l'équation différentielle $\frac{d^2U}{dt^2}(t) + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dU}{dt}(t) + \omega_0^2 U(t) = \omega_0^2 E_0$ avec les conditions initiales $U(t=0^+) = 0$; $(dU/dt)(t=0^+) = 0$.
 - Sous quelle forme cherche-t-on les solutions de l'équation homogène ? En déduire le polynôme caractéristique.
 - Déterminer les racines de ce polynôme dans le cas où $Q = 1/2$. Donner alors l'expression générale des solutions de l'équation homogène.
 - Donner la solution particulière de l'équation complète puis la solution générale de l'équation complète.
 - Obtenir alors l'expression de $U(t)$ sur l'intervalle $[0, +\infty[$.
4. On considère un système dans lequel la tension étudiée $U(t)$ vérifie l'équation différentielle $\frac{d^2U}{dt^2}(t) + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dU}{dt}(t) + \omega_0^2 U(t) = \omega_0^2 E_0$ avec les conditions initiales $U(t=0^+) = 0$; $(dU/dt)(t=0^+) = 0$.
 - Sous quelle forme cherche-t-on les solutions de l'équation homogène ? En déduire le polynôme caractéristique.
 - Déterminer les racines de ce polynôme dans le cas où $Q > 1/2$. Donner alors l'expression générale des solutions de l'équation homogène.
 - Donner la solution particulière de l'équation complète puis la solution générale de l'équation complète.
 - Obtenir alors l'expression de $U(t)$ sur l'intervalle $[0, +\infty[$.

AD1 : Circuit RLC parallèle



Un condensateur est chargé et présente alors une tension constante U_0 sur l'intervalle de temps $t < 0$. A l'instant initial, on le connecte à un circuit constitué d'un conducteur ohmique et d'une bobine en parallèle dans lequel ne circule aucun courant sur l'intervalle de temps $t < 0$.

1. Déterminer les conditions initiales de ce problème en exprimant $u(t=0^+)$ et $i_c(t=0^+)$.
2. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ sur l'intervalle $t > 0$. La mettre sous forme canonique et exprimer les paramètres introduits en fonction de C , R et L .
3. Exprimer R_C la résistance pour laquelle on observe un régime critique.

On suppose que la résistance est égale à R_C .

4. Déterminer l'expression de $u(t)$ sur l'intervalle de temps $t > 0$.

Oscillateurs en régime sinusoïdal forcé.

5. On considère un circuit constitué d'un conducteur ohmique de résistance R , une bobine d'inductance L et un condensateur de capacité C en série. Il est alimenté par un GBF délivrant un signal sinusoïdal $e(t) = e_0 \cos(\omega t)$.

- Etablir l'équation différentielle vérifiée par $U_c(t)$ sur l'intervalle $[0, +\infty[$, la mettre sous forme canonique.
- Indiquer la forme de la solution particulière de l'équation complète.
- Introduire les signaux complexes $\underline{e}(t)$ et $\underline{U}_c(t)$ et traduire l'équation différentielle pour obtenir l'expression de \underline{u}_0 l'amplitude complexe de la tension aux bornes du condensateur.

6. On donne l'amplitude complexe de la réponse en tension du circuit RLC en régime sinusoïdal forcé :

$$\underline{u}_0 = \frac{\omega_0^2 e_0}{(\omega_0^2 - \omega^2) + j \frac{\omega_0 \omega}{Q}}$$

- En déduire les expressions de l'amplitude u_0 et du déphasage φ de la tension en notation réelle.
- Tracer la courbe représentative de cette amplitude en fonction de $\log(x)$, x étant la pulsation réduite, en y faisant figurer les différents cas.
- Déterminer le critère portant sur la valeur du facteur de qualité Q pour observer une résonance. Exprimer alors la pulsation réduite de résonance x_R .

7. On considère un circuit constitué d'un conducteur ohmique de résistance R , une bobine d'inductance L et un condensateur de capacité C en série. Il est alimenté par un GBF délivrant un signal sinusoïdal $e(t) = e_0 \cos(\omega t)$.

- Donner les expressions des impédances complexes associées au conducteur ohmique, à la bobine et au condensateur.
- Quelle est alors l'impédance complexe associée au circuit RLC série ?
- En déduire l'amplitude complexe \underline{i}_0 de l'intensité dans le circuit RLC série.

8. On donne l'amplitude complexe de la réponse en intensité du circuit RLC en régime sinusoïdal forcé :

$$\underline{i}_0 = \frac{e_0 / R}{1 + jQ(x - 1/x)}$$

- En déduire les expressions de l'amplitude i_0 du signal réel et du déphasage φ du signal réel.
- Tracer la courbe représentative de cette amplitude en fonction de $\log(x)$, x étant la pulsation réduite, en y faisant figurer les différents cas.
- Indiquer l'expression de la largeur caractéristique de la résonance en intensité en fonction du facteur de qualité Q (sans démonstration).