La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte.

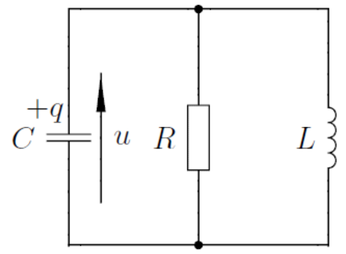
**Les candidats sont invités à encadrer les réponses finales aux questions posées.**

**L'usage de calculatrices est autorisé.**

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

**Vous commencerez obligatoirement votre devoir par l'exercice d'application direct sur le RLC parallèle.**

## *Exercice d'application directe du cours : RLC parallèle.*




Un condensateur est chargé et présente alors une tension constante $U_O$ sur l'intervalle de temps t<0. A l'instant initial, on le connecte à un circuit constitué d'un conducteur ohmique et d'une bobine en parallèle dans lequel ne circule aucun courant sur l'intervalle de temps t<0.

1. Déterminer les conditions initiales de ce problème en exprimant $u(t=0^+)$ et $i_c(t=0^+)$.
2. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par u(t) sur l'intervalle t>0. La mettre sous forme canonique. Nommer et exprimer les paramètres introduits en fonction de C, R et L.
3. Exprimer $R_C$ la résistance pour laquelle on observe un régime critique.

On suppose que la résistance est égale à $R_C$.

4. Déterminer l'expression de u(t) sur l'intervalle de temps t>0.

## *Problème 1 : Découverte de Proxima du Centaure*

### A. Première observation de l'étoile.

L'étoile Proxima Centauri a été découverte en 1915 par l'astronome britannique Robert Innes, alors directeur de l'observatoire de l'Union à Johannesburg en Afrique du Sud. C'est une étoile de type naine rouge, de masse $M_E$=2,4.10$^{29}$ kg et de rayon $R_E$=9,8.10$^{4}$ km. Elle est située à $D_E$=4,0.10$^{13}$ km soit 4,2 années-lumière du Soleil.
Dans la suite du sujet, toutes les applications numériques seront faites à la longueur d'onde moyenne du visible $\lambda_{obs}$=600 nm.

1. Justifier que la distance entre la Terre et Proxima du Centaure peut-être approximée à 4,2 années-lumière du Soleil.

Pour voir l'étoile Proxima Centauri, un instrument de type lunette de Galilée est utilisé. Il est modifié par rapport à la configuration habituelle pour faire l'image finale de l'étoile sur une plaque photographique.

- Une lentille convergente $L_1$ objectif, de centre optique $O_1$ de foyer principal objet $F_1$ et de foyer principal image $F_1'$, de distance focale image $f_1'=8{,}0\ m$.
- Une lentille divergente $L_2$ de projection, de centre optique $O_2$ de foyer principal objet $F_2$ et de foyer principal image $F_2'$, de distance focale image $f_2'=-0{,}020\ m$.

On étudie d'abord la lunette de Galilée constituée avec ces deux lentilles et qui est donc utilisée pour une observation directe à l'œil.

2. Rappeler le lieu de l'image finale produite par la lunette de Galilée. En déduire la distance algébrique $O_1O_2$ séparant les deux centres optiques.
3. Réaliser la figure représentative de la lunette de Galilée constituée (sans respecter les échelles !!) et construire deux rayons bien choisis. Y placer les angles α et α' sous lesquels on voit l'objet étudié sans la lunette et avec la lunette.
4. Exprimer le grossissement G de la lunette, c'est-à-dire le rapport α'/α, en fonction de $f_1'$ et $f_2'$. Faire l'application numérique et commenter le résultat obtenu.

L'instrument d'optique réellement utilisé pour l'expérience est pointé vers l'étoile Proxima Centauri.

5. Où est située l'image de l'étoile par la lentille $L_1$, appelée image intermédiaire $A_1B_1$ ? Illustrer cette situation par un schéma.
6. Déterminer l'expression de la taille de cette image intermédiaire $A_1B_1$ en fonction de $D_E$, $R_E$ et $f_1'$.

La lentille de projection $L_2$, divergente, sert à faire de l'image intermédiaire $A_1B_1$ une image définitive $A'B'$, réelle, non inversée et agrandie d'un facteur 4,0. On note $\gamma_2$ le grandissement de la lentille $L_2$.

7. Exprimer la distance algébrique $O_2A_1$ en fonction de $\gamma_2$ et de $f_2'$. Commenter le résultat.
8. Exprimer la taille de l'image finale A'B' en fonction de $\gamma_2$, $D_E$, $R_E$ et $f_1'$ Faire l'application numérique.
9. Illustrer par un schéma la position de $A_1B_1$, de $A'B'$ et de $L_2$ (sans représenter $L_1$).

En 1915, l'image définitive de l'étoile se formait sur une plaque photographique de dimension 24 mm ×36 mm, composée de cristaux de 10 μm de chlorure d'argent, précipité blanc qui noircit à la lumière.

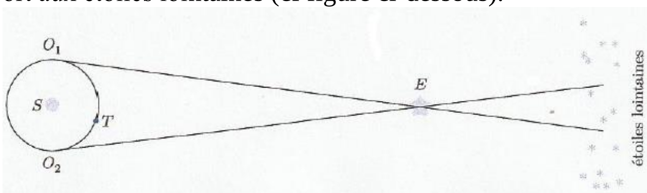
10. L'image définitive de l'étoile Proxima Centauri est-elle vue comme ponctuelle ou étendue sur la plaque photo ?

A l'occasion du centenaire de la découverte de Proxima du Centaure, en 2015, la photo de l'étoile a été reprise avec l'instrument d'optique de l'époque mais la plaque photographique a été remplacée par un capteur CCD (Charge Coupled Device) de 100 millions de pixels, de taille identique à la plaque photo originelle.

11. L'image définitive de l'étoile Proxima Centauri est-elle vue comme ponctuelle ou étendue sur le capteur photosensible ?
12. Sachant que le diamètre de la lentille $L_1$ est $D_1$=50cm, la diffraction par la lentille d'entrée $L_1$ est-elle gênante pour les observations ? Justifier.

### B. Mesure de la distance entre la Terre et l'étoile

La parallaxe est l'effet du changement de position de l'observateur sur ce qu'il perçoit. La parallaxe annuelle est, par définition, l'angle qui mesure le déplacement, au cours de l'année, de la position apparente, perçue depuis la Terre, d'une étoile proche par rapport aux étoiles lointaines (cf figure ci-dessous).

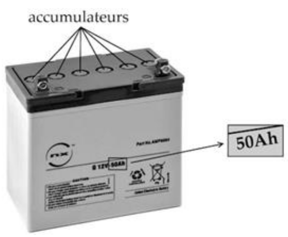



Sur la figure, deux instants d'observation sont représentés par $O_1$ et $O_2$. Le satellite Hipparcos (High Precision Parallaxe Collection Satellite) a mesuré la parallaxe de $P_E$=1545 millisecondes d'arc pour Proxima Centauri. On rappelle qu'une seconde d'arc est égal à 1/3600 degré. On donne la distance Soleil-Terre : $D_{TS}=1{,}5.10^8$km.

13. Calculer, à partir de cette valeur de la parallaxe $P_E$, la distance séparant l'étoile Proxima Centauri du système solaire et comparer à la valeur donnée au début de ce sujet.

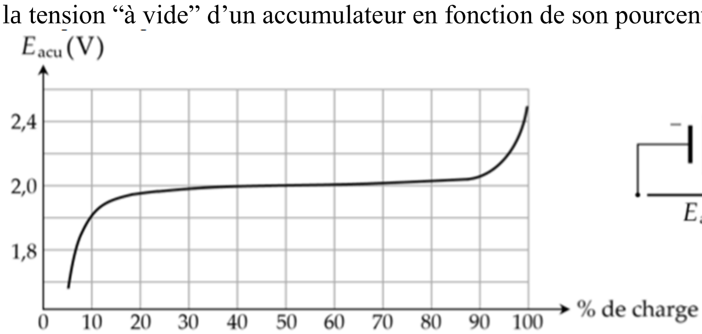
## *Problème 2 : stockage d'énergie électrique.*

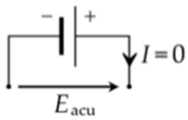
### A. Batterie d'accumulateurs.



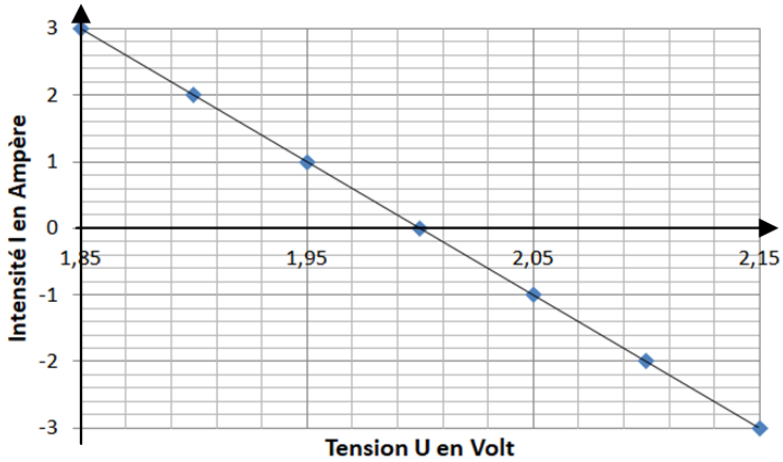

Une batterie au plomb est un ensemble de six accumulateurs (cellules électrochimiques plomb–acide sulfurique) réunis dans un même boîtier (cf photo ci-contre). Une batterie possède un caractère générateur durant sa décharge et un caractère récepteur durant sa charge (conversion réversible entre énergie électrique et énergie chimique). Ce type de batterie est largement utilisé dans l'industrie, dans l'équipement des véhicules automobiles ou pour stocker de l'énergie produite par intermittence (énergie solaire ou éolienne).

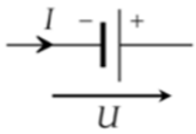
**Étude d'un accumulateur :** on s'intéresse pour le moment à un seul des six accumulateurs de la batterie. Par définition, sa tension à vide $E_{acu}$ est la tension à ses bornes lorsqu'il ne débite aucun courant. On donne ci-contre la courbe représentant la tension "à vide" d'un accumulateur en fonction de son pourcentage de charge.



Lorsque l'accumulateur génère un courant I non nul, la tension U à ses bornes diminue. On donne ci-dessous la courbe représentant la tension U aux bornes d'un accumulateur chargé à 50 % en fonction du courant I qui le traverse en convention générateur.



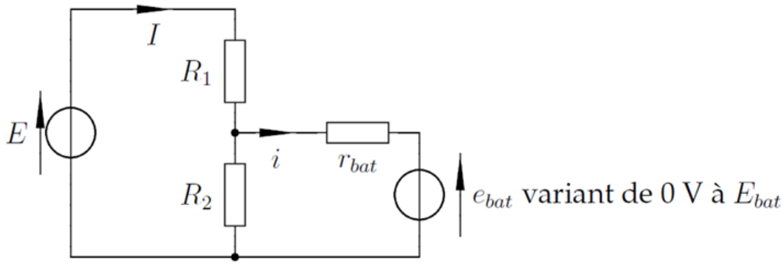

Dans cette partie, la charge de l'accumulateur étudié sera constamment comprise en 20 % et 90 %.

1. Justifier que l'on puisse modéliser l'accumulateur par l'association en série d'une source idéale de tension de f.é.m. constante $E_{acu}$ et d'un résistor de résistance $r_{acu}$. Nommer le modèle de générateur correspondant et donner le schéma de ce dipôle ainsi que la caractéristique U=f(I) associée
2. Déterminer graphiquement les valeurs numériques de $E_{acu}$ et $r_{acu}$.

**Caractéristiques de la batterie :** la batterie étudiée comporte un ensemble de six accumulateurs identiques à celui étudié précédemment.

3. Comment doit-on associer ces six accumulateurs de façon à obtenir une batterie de tension à vide $E_{bat}$ maximale ?
4. Donnez la représentation Thévenin équivalente de la batterie alors constituée. On précisera la valeur de $E_{bat}$ et celle de $r_{bat}$, la résistance interne de la batterie.

**Charge de la batterie :** on étudie maintenant la "charge" d'une batterie initialement complètement déchargée. De façon à effectuer la charge, on utilise une alimentation électrique modélisée par un générateur de force électromotrice E = 16 V constante et de résistance interne négligeable et on réalise le montage représenté ci-dessous avec deux résistors de résistances respectives $R_1 = 2{,}0\ \Omega$ et $R_2 = 5{,}0\ \Omega$ pour contrôler la charge de la batterie.




Au début de la charge, la batterie est totalement déchargée, on considère alors $e_{bat} = 0$ V.

5. À quel dipôle passif la batterie est-elle alors équivalente ?
6. Redessiner le circuit et déterminer la résistance équivalente $R_{eq}$ aux systèmes constitués par les résistors $R_1$, $R_2$ et $r_{bat}$.
7. En déduire alors l'expression de I puis celle de $i_O$, qui représente l'intensité i du courant traversant la batterie dans cette situation puis faire l'application numérique pour $i_O$.

Au fur et à mesure de la charge, la tension à vide $e_{bat}$ augmente, elle devient donc non nulle.

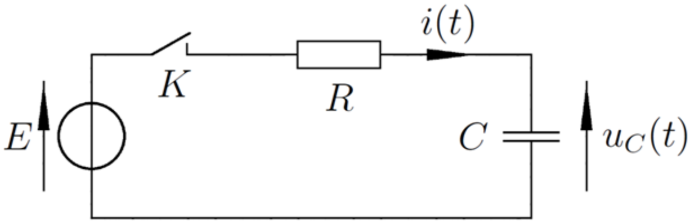
8. Etablir le système de deux équations liant les inconnues I et i aux paramètres descriptifs du circuit E, $e_{bat}$, $R_1$, $R_2$ et $r_{bat}$ et en déduire que $i = \dfrac{R_2 E - (R_1 + R_2)e_{bat}}{r_{bat}R_1 + r_{bat}R_2 + R_1 R_2}$
9. Exprimer la fem$(e_{bat})_{i=0}$ pour laquelle l'intensité i s'annule. Faire l'application numérique et indiquer le pourcentage de charge des accumulateurs de la batterie finalement réalisé.
10. On souhaite que i s'annule lorsque la batterie est chargée à 100 %. A quelle valeur de $E_{acu}$ et donc de $e_{bat}$ cela correspond-il ? Quelle valeur numérique doit-on alors donner à $R_2$ (sachant que $R_1$ est maintenu à 2,0 Ω) ?

### B. Utilisation d'un condensateur

De façon à utiliser un système de stockage plus "portable" que la batterie étudiée précédemment, on décide d'utiliser un condensateur de capacité $C$ élevée. On le considère initialement complètement déchargé.

**Charge d'un condensateur idéal à travers un résistor.**

On place un interrupteur K, une résistance R = 10 Ω et un condensateur de capacité C en série aux bornes d'un générateur de tension idéal de force électromotrice constance E=12 V.



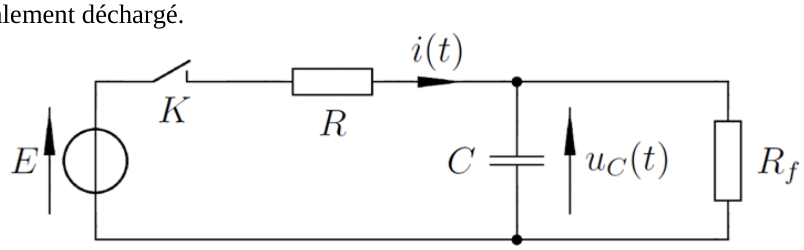

11. Quelle est la tension $u_C(t<0)$ aux bornes du condensateur avant fermeture de l'interrupteur ?

À l'instant t = 0, on ferme l'interrupteur K.

12. Déterminer la valeur $u_C(t=0^+)$ juste après la fermeture de K.
13. Établir l'équation différentielle à laquelle obéit $u_C(t)$ et la mettre sous forme canonique.
14. Établir l'expression de la tension $u_C(t)$ pour $t \geq 0$.
15. Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction $u_C(t)$.
16. Déterminez, en fonction de $\tau$, l'expression du temps $t_1$ à partir duquel la charge du condensateur diffère de moins de 1 % de sa charge finale.
17. Exprimer l'énergie $E_C(\infty)$ emmagasinée par le condensateur lorsque sa charge est terminée en fonction de C et E.
18. Faire un bilan de puissance lors de la charge de ce condensateur.
19. En déduire l'énergie totale dissipée par effet Joule lors de la charge du condensateur.

**Prise en compte de la résistance de fuite** $R_f$ **:**

le condensateur précédent comporte en réalité des éléments résistifs qu'on modélisera par une résistance $R_f$ dite "résistance de fuite" placée en parallèle avec C. On suppose toujours qu'avant fermeture de l'interrupteur le condensateur est totalement déchargé.




À l'instant t = 0, on ferme l'interrupteur K.

20. Déterminer la valeur $u_C(t=0^+)$ juste après la fermeture de K.
21. Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit $u_C(t)$. La mettre sous dorme canonique.
22. Etablir l'expression de la tension $u_C(t)$ pour $t \geq 0$.
23. Exprimez l'énergie $E_C(\infty)$ emmagasinée par le condensateur **lorsque sa charge est terminée** en fonction de C, R, $R_f$ et E.
24. Exprimer la puissance dissipée par effet Joule dans le condensateur réel **lorsque sa charge est terminée** ? Faire l'application numérique pour $R_f$ = 10 MΩ. Commentez.