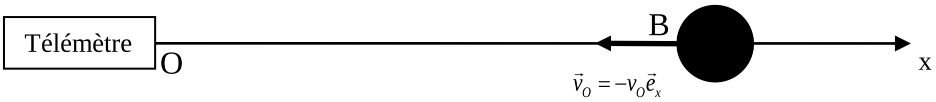
physique

Problème 1 : Mesure de vitesse par effet Doppler.

Un télémètre fixe en O, émet une onde électromagnétique sinusoïdale s(x,t) dans la direction et le sens de l'axe (Ox) d'amplitude s_O, de fréquence f_{ref}=34,7GHz, de célérité égale à celle de la lumière dans le vide $c=3{,}00.10^8 m.s^{-1}$ et qui sert de référence de phase dans tout l'exercice.



1. A partir des renseignements précédents, donner l'expression du signal s(x,t) en fonction de s_O, f_{ref}, c.
2. Exprimer et évaluer numériquement la longueur d'onde λ de l'onde émise. Indiquer alors le domaine des ondes électromagnétiques auquel appartient cette onde.

L'onde se réfléchit sur une cible mobile de position B(t) de vitesse constante égale à $\vec{v}_O = -v_O\vec{e}_x$ le long de l'axe (Ox), de position initiale x_O. Le point M situé à une abscisse x le long de l'axe (Ox) dans le référentiel de l'observateur, est situé dans le référentiel lié à la cible à une abscisse x' le long de l'axe B(t)x.

3. Exprimer l'abscisse x' en fonction de x, x_O, v_O et t.
4. Exprimer l'onde progressive sinusoïdale s(x',t) se propageant du télémètre vers la cible dans le référentiel de la cible en fonction de s_O, f_{ref}, v_O, c, x' et x_O.

Par réflexion sur la cible, on produit alors une onde $s_R(x,t)$ se propageant dans la direction de l'axe (Ox) mais dans le sens rétrograde. Cette onde est synchrone de l'onde incidence dans le référentiel de la cible, et en phase avec l'onde incidente au niveau de la cible. Le coefficient de réflexion sur la cible est noté r, il donne le rapport de l'amplitude de l'onde réfléchie sur l'amplitude de l'onde incidente.

5. Exprimer l'onde réfléchie $s_R(x',t)$ dans le référentiel de la cible en fonction de r, s_O, f_{ref}, v_O, c, x' et x_O.
6. Montrer finalement que l'onde réfléchie reçue par le télémètre s'écrit sous la forme suivante et exprimer la différence de fréquence δf entre le signal envoyé et le signal reçu par le télémètre :

$$\boxed{s_R(x,t) = r.s_O \cos\left(2\pi f_{ref}\left(1+\frac{2v_O}{c}\right)t + \frac{2\pi}{c} f_{ref}\left(x-2x_O\right)\right)}$$

Un radar portatif est utilisé pour déterminer la vitesse initiale d'un ballon frappé par un joueur lors de la mise en jeu sur un terrain de volley-ball. Le décalage de fréquence mesuré est égal à δf=4,86kHz.

7. Exprimer puis évaluer numériquement la vitesse v_O du ballon de volley-ball en $m.s^{-1}$ puis en $km.h^{-1}$.

L'affichage digital sur l'écran du radar portatif est en fait donné en $km.h^{-1}$ avec trois chiffres affichés et on peut lire dans la notice de l'appareil que la précision est égale à 1% de la valeur lue additionnée de 1digit.

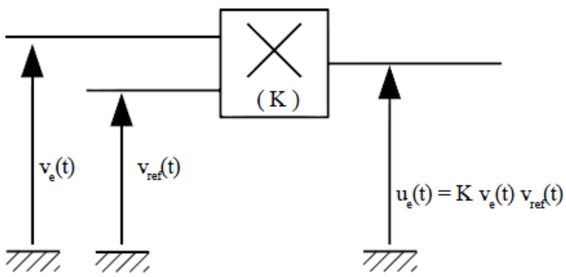
8. En déduire l'intervalle dans lequel la vitesse du ballon se situe et donner finalement une évaluation complète de la vitesse sous la forme d'une valeur mesurée accompagnée d'une incertitude type.

Pour déterminer la vitesse du ballon, il faut donc l'extraire du signal reçu par le télémètre, en déterminant la variation δf de la fréquence de l'onde réfléchie par rapport à l'onde incidente.

9. Evaluer numériquement le rapport $\delta f/f_{ref}$ et commenter cette valeur.

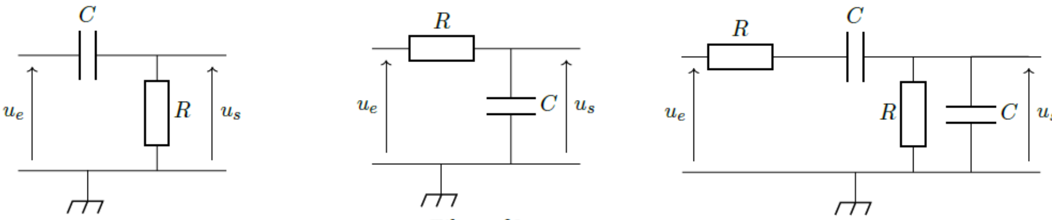
Pour extraire cette variation de fréquence, on utilise une détection hétérodyne à l'aide d'un système de traitement constitué d'un premier étage multiplieur et d'un deuxième étage qui extrait du signal produit la composante de fréquence δf.

On envoie en entrée du circuit multiplieur de gain $K=1{,}0.10^{-1}\ V^{-1}$, le signal générant l'onde produite par le télémètre qu'on écrit sous la forme $v_{ref}(t) = v_O\cos\left(2\pi f_{ref} t\right)$ et le signal obtenu en captant l'onde réfléchie sur la cible $v_e(t) = \alpha v_O \cos\left(2\pi\left(f_{ref}+\delta f\right)t - \frac{4\pi f_{ref}}{c}x_O\right)$.



10. Exprimer le signal $u_e(t)$ à la sortie du multiplieur sous la forme d'une somme de deux composantes sinusoïdales en précisant les amplitudes et les fréquences de ces deux composantes. Tracer alors le spectre du signal $u_e(t)$.
11. Expliquer alors qualitativement quel est le type de filtre à employer pour extraire la composante de fréquence δf du signal $u_e(t)$.

Pour réaliser cette extraction, on envisage d'employer les filtres dont les circuits sont représentés ci-dessous :



Filtre n°1 Filtre n°2 Filtre n°3

12. Par une analyse qualitative, déterminer la nature de ces trois filtres puis indiquer lequel de ces trois circuits doit être employé.
13. Définir et déterminer alors la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ du filtre sélectionné. Exprimer le gain statique H_O et la fréquence propre f_O de ce filtre en fonction de R et C.
14. Définir la fréquence de coupure à -3dB et déterminer proprement son expression dans le cas étudié.
15. Donner les comportements asymptotiques de la fonction de transfert sur les domaines basse fréquence et haute fréquence. En déduire les comportements du gain en décibel et de la phase sur ces domaines. Tracer alors le diagramme de Bode de ce filtre.

Le télémètre employé est construit pour pouvoir mesurer des vitesses jusqu'à des valeurs de $150 km.h^{-1}$. On souhaite que le signal haute fréquence contenu dans $u_e(t)$ soit atténué d'un facteur 10^3 alors qu'on veut conserver la totalité du signal basse fréquence.

16. Evaluer numériquement un ordre de grandeur de la valeur maximale de δf. Dessiner alors sur un diagramme de Bode en amplitude, les contraintes associées à la réalisation du filtre envisagé.
17. En utilisant le comportement asymptotique adapté, déterminer l'expression de la valeur maximale $f_{C,max}$ de la fréquence de coupure à employer. Faire l'application numérique. Vérifier que le signal basse fréquence sera bien transmis sans atténuation par ce filtre.

On utilise un condensateur de capacité C=2,2pF pour réaliser le filtre.

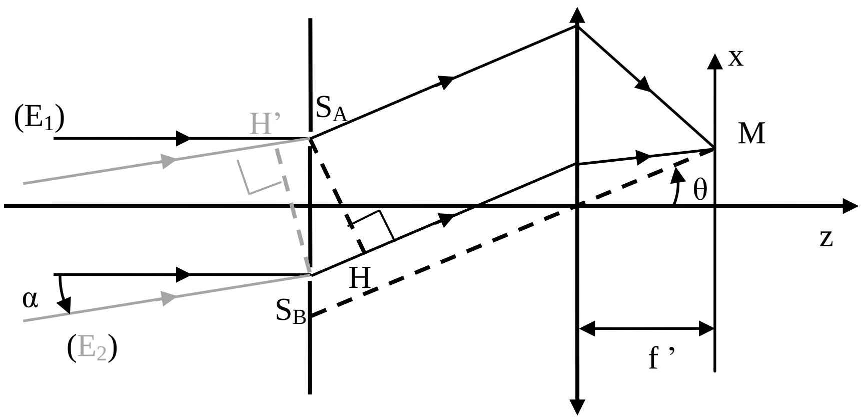
18. Exprimer puis évaluer la résistance à employer pour que la fréquence de coupure soit fixée à $f_{C,max}/5$. Commenter la valeur obtenue.

Problème 2 : Observation d'une étoile double.

J. Anderson et F. Pease ont confirmé en 1919 par des mesures interférométriques que l'étoile Capella est une étoile double en pointant un télescope vers l'ensemble des deux étoiles situées à l'infini dans des directions voisines. On suppose ici que la première étoile (E_1) est située à l'infinie dans la direction de l'axe optique du télescope et que la seconde étoile (E_2) est située dans une direction faisant un angle α par rapport à la direction de l'axe optique. (Voir le schéma ci-dessous).

Etude de l'étoile sur l'axe optique.

On suppose que l'étoile (E_1) est la seule à éclairer le système du télescope sur lequel on a placé un système de deux fentes d'Young de largeur suffisamment petite et espacées d'une distance a. On supposera dans tout l'exercice que l'indice optique de l'air est identifiable avec la valeur unitaire (n=1). De plus on place en entrée du système un filtre optique qui réduit le spectre de la lumière à une seule longueur d'onde dans le vide λ_O=600nm.



Pour étudier cette configuration, on exploite le théorème de Malus qui affirme que les points sur un même front d'onde sont en phase. On en déduit que les chemins optiques (E_1S_A) et (E_1S_B) sont identiques ainsi que les chemins optiques (S_AM) et (HM).

1. En décomposant les chemins optiques $(E_1M)_A$ passant par la source S_A et $(E_1M)_B$ passant par la source S_B, montrer le plus proprement possible que $\delta_{B/A}(M) = (E_1M)_B - (E_1M)_A = a\sin\theta$

2. En précisant proprement dans quelles conditions vous vous placez, montrer alors que cette différence de marche s'écrit sous la forme $\delta_{B/A}(M)=\dfrac{a.x}{f'}$

On suppose que les deux voies sont parfaitement identiques et éclairées de la même manière, et qu'elles présentent la même intensité individuelle $I_A=I_B=I_O$ sur tout l'écran d'observation placé dans le plan focal de la lentille.

3. Pourquoi les deux ondes générées par (E_1) par la voie (A) et la voie (B) vont elles générer des interférences ? Exprimer alors l'intensité lumineuse $I_1(M)$ en fonction de I_O et $\delta_{B/A}$ et λ_O.
4. Déterminer les positions x_k pour lesquelles on observe des franges claires sur la figure d'interférences. Déterminer l'expression de i la distance interfrange sur cette figure. Faire l'application numérique dans le cas où a=6,00mm et f'=18,00m. Faire une représentation graphique de I(x).

Etude du système d'étoile double.

On s'intéresse maintenant au cas de l'étoile (E_2) située à l'infini dans une direction inclinée d'un angle α par rapport à l'axe optique. On suppose que (E_2) et (E_1) présentent la même luminosité.

5. En décomposant les chemins optiques $(E_2M)_A$ en passant par la source S_A et $(E_2M)_B$ en passant par la source S_B, montrer que $\delta'_{B/A}(M)=(E_2M)_B-(E_2M)_A=a(\sin\theta-\sin\alpha)=a\left(\dfrac{x}{f'}-\sin\alpha\right)$
6. Pourquoi les deux ondes générées par (E_2) par la voie (A) et la voie (B) vont-elles générer des interférences ? Exprimer alors l'intensité lumineuse $I_2(M)$ en fonction de I_O et $\delta'_{B/A}$.
7. Déterminer les positions x'_k pour lesquelles on observe des franges sombres sur la nouvelle figure d'interférences.
8. Expliquer pourquoi la lumière issue de (E_1) et la lumière issue de (E_2) ne peuvent pas générer d'interférences.

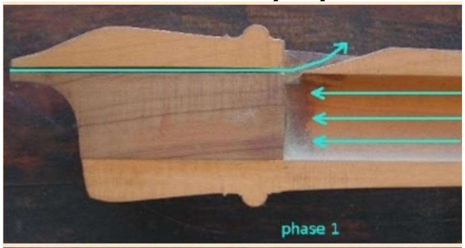
Dans la situation étudiée, les deux figures d'interférences vont se superposer (sans interférences croisées) et les intensités lumineuses générées sur l'écran vont simplement s'additionner. La figure d'interférence va alors être d'éclairement constant, on dit qu'elle est brouillée, lorsque les franges sombres de (E_2) se superposent aux franges claires de (E_1) et réciproquement.

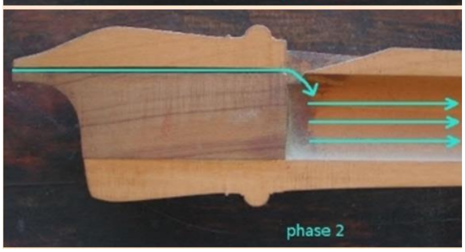
9. Déterminer une condition pour que x'_k se superpose avec x_{k+1} et la traduire en une expression de sinα.

La valeur de a pour laquelle on observe le brouillage est mesurée à 1,41m.

10. Evaluer numériquement sinα puis par une approximation justifiée, en déduire α en rad puis en degré, minute et seconde d'angle. Commenter cette valeur.
11. Déterminer l'interfrange d'une des figures d'interférence et commenter la valeur obtenue.

Problème 3 : mode propre de vibration d'une flute à bec.





(Toutes les illustrations sont issues du site suivant : https://www.flute-a-bec.com/acoustique.html).

Une flûte à bec est un instrument de musique qui fut longtemps l'instrument de torture préférée de l'éducation nationale pendant les cours de musique au niveau collège.

En soufflant dans « le bec » de la flute, le joueur met en vibration l'air au niveau du biseau d'entrée ce qui crée en ce point un nœud de pression acoustique pour la colonne d'air. Un autre nœud de pression est situé à l'extrémité de la flute à bec. On suppose qu'on repère la position le long de la colonne d'air par l'abscisse x du point M le long de l'axe (Ox), le biseau étant situé en x=0 et l'extrémité en x=L.

1. Puisqu'on parle de mise en vibration de l'air, quelle est la nature de l'onde générée dans la flute à bec ? Préciser alors les grandeurs physiques support de ce type d'onde. Donner un ordre de grandeur pour ces grandeurs physiques lors d'une conversation normale ainsi qu'un ordre de grandeur de c la célérité des ondes de ce type dans l'air.
2. Puisqu'on parle de nœuds de vibration, quelle est le type d'onde qui est générée dans la flute ? Justifier qu'on écrive l'onde sous la forme : $p(x,t)=p_O\cos(2\pi ft)\sin\left(\dfrac{2\pi}{\lambda}x\right)$. Préciser le lien entre f et λ.

Lorsque tous les trous de la flute à bec sont fermés, il n'y a pas d'autres conditions imposées à la colonne d'air que les deux nœuds situés en x=0 et en x=L.

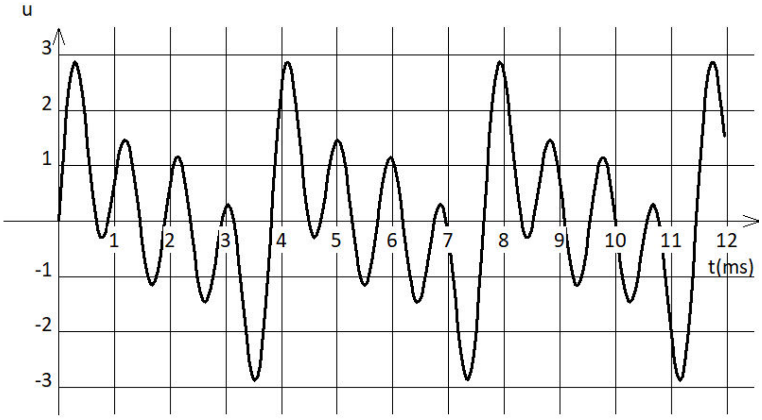
3. Montrer que la forme choisie pour exprimer l'amplitude de l'onde permet de vérifier la condition imposée sur la pression acoustique en x=0.

4. Montrer que la condition imposée en x=L sélectionne une famille de fréquences $f_k=k.f_1$, $k \in \mathbb{N}^*$, où on précisera l'expression de f_1 en fonction de L et c.
5. Représenter l'allure des modes propres de vibration de la colonne pour les modes de vibration 1 à 3 en faisant la représentation spatiale à différents instant. Préciser alors sur ces représentations, la position des nœuds et des ventres.

La note fondamentale de la flute à bec étudiée ici, est un Do(3) de fréquence fondamentale f_1(Do)=262Hz.

6. Déterminer la longueur L(Do) du tube d'air mis en vibration et faire l'application numérique.

Lorsqu'on souffle dans la flute à bec, on met en fait en vibration les modes propres de la colonne d'air, l'amplitude des différents modes allant en décroissant à partir du fondamental. On effectue alors l'enregistrement ci-contre à l'aide d'un micro.



7. Vérifier la correspondance entre cet enregistrement et la note Do(3) supposée être jouée sur la flute.
8. Donner l'allure du spectre associé à cet enregistrement en introduisant la notion de timbre de l'instrument.

La flute à bec est prédisposée à « octavier » c'est-à-dire à produire une note située une octave au-dessus de la note attendue lorsque le joueur souffle trop fort dans l'instrument.

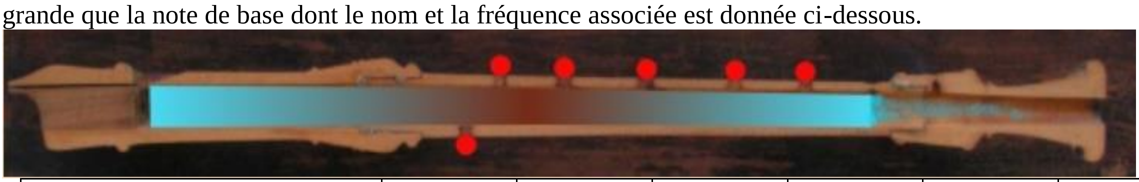
9. Expliquer pourquoi cette possibilité est ouverte dans un instrument comme la flute à bec.

Pour pallier à ce défaut, d'autres instruments, comme la clarinette sont conçus de manière à ce que les modes propres de vibration présentent un nœud de pression acoustique à l'embouchure et un ventre de pression acoustique à l'extrémité.

10. Etudier les modes propres de vibration d'une clarinette de longueur L', et montrer que la famille des fréquences sélectionnées s'écrit sous la forme $f'_k=(2k-1).f'_1$, $k \in \mathbb{N}^*$, où on précisera l'expression de f'_1 en fonction de L' et c.
11. Déterminer alors la longueur L' de la clarinette présentant comme note fondamentale le Ré(2) de fréquence fondamentale f'_1(Ré)=147Hz. Quelle serait la longueur d'une flute à bec présentant la même fréquence fondamentale ?
12. Expliquer pourquoi la clarinette ne peut à priori pas « octavier ».

On peut monter la note jouée sur la flute à bec d'un nombre n de demi-ton en multipliant la fréquence fondamentale de vibration de la colonne d'air par $2^{n/12}$.

En bouchant tous les trous situés de 0 à k_O où k_O va de 1 à 8, on réalise ce qu'on appelle un doigté simple sur la flute et on raccourcit la colonne d'air mise en vibration. On joue alors sur la flute une note de hauteur plus grande que la note de base dont le nom et la fréquence associée est donnée ci-dessous.



k_O	1	2	3	5	6	7
note	Si(3)	La(3)	Sol(3)	Mi(3)	Re(3)	Do(3)
Fréquence (Hz)	494	440	392	330	294	262
n (nombre de ½ tons)						
Longueur de la colonne (cm)						

13. Compléter le tableau précédent en précisant de combien de demi-ton on monte pour passer de Do(3) à la note jouée et la longueur de la colonne d'air mise en vibration.