

**Exercice 1 : fuite d'hélium.**

On considère une bouteille de volume constant  $V = 10 \text{ L}$  contenant de l'hélium, modélisé comme un gaz parfait monoatomique, à la pression  $P=2,1 \text{ bar}$  et à la température  $T=300 \text{ K}$ .

**Données :** masse molaire de l'hélium  $M=4,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ , constante de Boltzmann  $k_B=1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

1. Calculer la masse  $m$  d'hélium contenue dans la bouteille et la densité particulaire  $n^*$ .
2. Calculer la vitesse quadratique moyenne des atomes.

À la suite de l'ouverture de la bouteille, la pression passe à  $P'=1,4 \text{ bar}$  et la température à  $T'=290 \text{ K}$ .

3. Calculer la masse  $\Delta m$  de gaz qui s'est échappée de la bouteille.
4. À quelle température  $T''$  faudrait-il porter le gaz pour atteindre à nouveau la pression  $P$  ?

**Exercice 2 : vitesse quadratique moyenne.**

Données : Constante de gravitation universelle  $G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$

Rayon terrestre  $R_T=6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$  et lunaire  $R_L=1,8 \cdot 10^6 \text{ km}$  ; Masse terrestre  $M_T=6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  et lunaire  $M_L=7,4 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ .

Masse molaire :  $M(\text{H}_2)=2 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  ;  $M(\text{N}_2)=28 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  ; constante des gaz parfait :  $R=8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

1. Calculer numériquement la vitesse de libération d'un projectile à la surface de la Terre et de la lune.
2. Calculer alors la vitesse quadratique moyenne du dihydrogène et du diazote à la surface de la Terre et de la Lune pour une température  $T=300 \text{ K}$ . Commenter le résultat obtenu.
3. Quel devrait être l'ordre de grandeur de la température à la surface de la Terre pour que le diazote échappe à la gravitation de manière significative ?

**Exercice 3 : effusion gazeuse.**

On considère deux compartiments de volume  $V_1$  et  $V_2$ , l'ensemble est maintenu à la température  $T$ . Entre les deux compartiments, un petit trou de section  $s$  a été pratiqué. Initialement on a  $N_a$  particules d'un gaz parfait dans  $V_1$  et  $V_2$  est vide. On note  $N_1$  et  $N_2$  les nombres de particules dans les volumes  $V_1$  et  $V_2$  et on adopte le modèle suivant pour lequel les particules ont toutes le même module de vitesse  $u$  et que leur vitesse est suivant l'une des six directions et sens associées à la base cartésienne.

1. Quel est le nombre  $dN_{1 \rightarrow 2}$  de particules passant de  $V_1$  à  $V_2$  entre  $t$  et  $t + dt$  ?
2. En déduire les équations différentielles vérifiées par  $N_1$  et  $N_2$  en fonction de  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $s$ ,  $u$  et  $V = V_1 = V_2$ .
3. Établir les expressions de  $N_1$  et de  $N_2$ . On fera apparaître un temps caractéristique  $\tau$ .
4. Retrouver l'expression de la vitesse quadratique moyenne en fonction de la température  $T$  et de la masse  $m$  des particules étudiées. En déduire comment la masse des particules influence le temps caractéristique  $\tau$ . Quelle peut être l'application pratique de ce phénomène d'effusion gazeuse ?

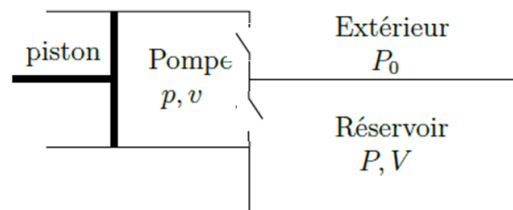
**Exercice 4 : remplissage d'une bouteille de gaz.**

On veut remplir un réservoir de volume  $V$  avec de l'air sous la plus grande pression possible à l'aide d'une pompe constituée d'un cylindre de volume minimal  $v_{\min}$  et de volume maximal  $v_{\max}$ . Initialement le réservoir, le cylindre de la pompe et l'extérieur du système sont tous à la même pression  $P_0$ . La soupape 1 (en bas sur la figure) est ouverte si la pression  $p$  dans le corps de pompe (cylindre) est supérieure à la pression  $P$  du réservoir. La soupape 2 (en haut) est ouverte si la pression  $p$  dans le corps de pompe (cylindre) est inférieure ou égale à la pression extérieure  $P_0$  qui sera supposée constante tout au long de l'évolution du système.

On applique un modèle gaz parfait à l'air de masse molaire moyenne  $M_a$ , on suppose alors que la température de l'air reste constante et égale à  $T_0$  au cours de l'étude.

Au cours du coup de pompe  $n$ , le volume  $v$  passe de  $v_{\min}$  à  $v_{\max}$  puis de  $v_{\max}$  à  $v_{\min}$ . La pression  $P$  dans le réservoir passe de  $P_n$  à  $P_{n+1}$ .

1. Déterminer la relation liant les pressions  $P_n$  et  $P_{n+1}$ . On commencera par préciser proprement le système fermé considéré ainsi que son état initial et son état final.
2. Déterminer  $P_{\max}$ , la valeur limite maximale de la pression dans le réservoir que l'on peut atteindre avec cette pompe.
3. Déterminer l'expression de  $P_n$  en fonction de  $P_0$ ,  $P_{\lim}$ ,  $n$  et  $V$ .



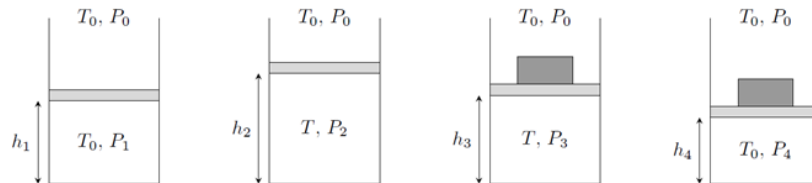
On considère un compresseur qui effectue des aller-retours en continu sur des intervalles de temps restant constant égaux à  $\Delta t$ .

4. En assimilant la dérivée  $\frac{dP}{dt}$  à la différence finie  $\frac{\Delta P}{\Delta t}$ , établir l'équation différentielle vérifiée par la pression  $P$  en faisant apparaître la durée caractéristique  $\tau$  à exprimer en fonction de  $V$ ,  $V_{\min}$  et  $\Delta t$ .
5. Résoudre cette équation différentielle en prenant les conditions initiales définies en début d'énoncé et exprimer  $P(t)$  en fonction de  $P_0$ ,  $P_{\max}$  et  $\tau$ .

**Exercice 5 : équilibre thermodynamique d'un gaz parfait.**

Une quantité de matière  $n$  de gaz parfait est enfermée dans une enceinte de surface de base  $S$ . Cette enceinte, est fermée par un piston de masse  $m$ , à même de coulisser sans frottement, et permet les transferts thermiques, si bien que lorsqu'on attend suffisamment longtemps le gaz contenu dans l'enceinte est en équilibre thermique avec l'extérieur. On dit alors de cette enceinte qu'elle est diathermane. Le milieu extérieur se trouve à température et pression constantes  $T_0$  et  $P_0$ . On envisage alors d'étudier les états du système dans les conditions suivantes :

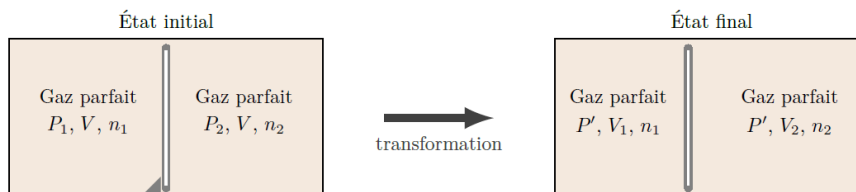
- état (1), le système est au repos depuis suffisamment longtemps pour avoir atteint l'équilibre thermique et mécanique.
- le gaz est chauffé rapidement jusqu'à ce qu'il atteigne la température  $T > T_0$ , plaçant le système dans l'état (2) avant qu'aucun échange thermique n'est eu le temps de se mettre en place.
- une masse supplémentaire  $M$  est brusquement placée par-dessus le piston : avant tout transfert thermique, le système est dans l'état (3).
- enfin, l'équilibre thermique est atteint, le système est alors dans l'état (4).



1. Etudier l'équilibre mécanique du système dans les quatre configurations en indiquant à chaque fois si l'équilibre thermique est réalisé, et déterminer la position du piston en fonction des données du problème.

**Exercice 6 : piston à deux compartiments.**

Une enceinte maintenue à une température  $T$  est divisée en deux parties d'égal volume  $V$ , par un piston mobile sans frottement. Initialement, le piston est bloqué, et chaque compartiment contient un gaz parfait de pressions respectives  $P_1$  et  $P_2$ . On note  $n_1$  et  $n_2$  les quantités de matière dans chaque compartiment.



Une fois débloqué, le piston se déplace librement.

1. Déterminer la relation liant  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $n_1$  et  $n_2$  dans l'état initial.
2. Exprimer le volume  $V_1$  en fonction de  $V$ ,  $P_1$  et  $P_2$  dans l'état final.

**Exercice 7 : mélange de gaz.**

On considère les trois récipients suivants :

- (R1) de volume 2,25L contient du dihydrogène à 20°C, sous 3,0.10<sup>4</sup>Pa.
- (R2) de volume 5,50L contient du dioxygène à 20°C, sous 0,30bar.
- (R3) de volume 1,4L contient du diazote à 0,0°C sous 1,0bar.

On donne :  $M(H)=1,0g.mol^{-1}$ ,  $M(O)=16g.mol^{-1}$ ,  $M(N)=14g.mol^{-1}$ .

1. Calculer la quantité de matière et la masse de gaz dans chaque récipient.

On mélange ces gaz dans un nouveau récipient de volume 18,5L à la température 0,0°C, on suppose que le mélange est idéal et que le modèle du gaz parfait s'applique à chaque constituant.

2. Calculer pour chaque gaz la fraction massique, la fraction molaire et la pression partielle dans le mélange. Exprimer la pression totale.

**Exercice 8 : capacité thermique massique d'un gaz.**

1. Rappeler l'expression de l'énergie interne puis de la capacité thermique molaire à volume constant pour un gaz parfait diatomique.
2. Déterminer alors la capacité thermique massique à volume constant du diazote dans un modèle de gaz parfait. Comparer aux valeurs tabulées :  $c_{V(N_2)}=7,3.10^2 J.K^{-1}.kg^{-1}$ .

Pour la vapeur d'eau, on donne l'expression de l'énergie interne molaire :  $U_m = U_{m,GP} - \frac{a}{V_m}$  Où  $U_{m,GP} = C_{V,m}T$ .

Le tableau ci-dessous fournit le volume molaire en L.mol<sup>-1</sup> et l'énergie interne molaire en kJ.mol<sup>-1</sup> à  $T=700^\circ C$  pour différentes pressions en bar de la vapeur d'eau.

P	1	10	20	40	70	100
$V_m$	64,3	6,37	3,17	1,56	0,868	0,59
$U_m$	43,76	43,62	43,48	43,18	42,67	42,18

3. En exploitant au mieux les données du tableau, déterminer la pertinence du modèle introduit et les valeurs numériques de  $a$  et  $C_{V,m}$ . En déduire la capacité thermique massique de l'eau vapeur à 700°C.

- Estimer alors l'écart relatif entre l'énergie interne molaire mesurée et l'énergie interne molaire dans le modèle du gaz parfait pour chaque valeur de pression.

Dans une autre expérience, on a déterminé l'énergie interne massique de la vapeur d'eau en fonction de la température à deux valeurs de pression :

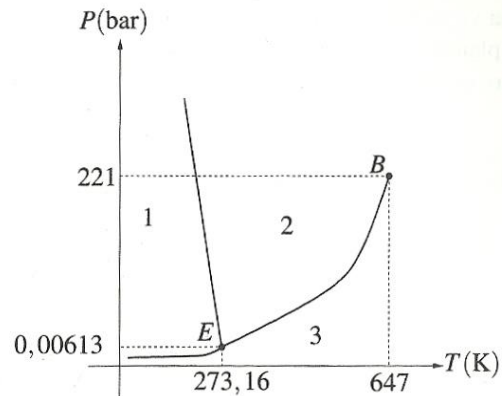
T (K)	523	573	623	673
$u(P=10\text{bars}) (\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1})$	2711	2793	2874	2956
$u(P=20\text{bars}) (\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1})$	2683	2773	2859	2944

- Tracer les deux courbes donnant l'énergie interne en fonction de la température.
- Le modèle du gaz parfait s'applique-t-il ?
- Evaluer numériquement la capacité thermique massique à volume constant. Comparer là à la valeur obtenue dans l'expérience précédente puis à celle d'un gaz parfait monoatomique puis diatomique.

### Exercice 9 : transformation d'un corps pur.

Dans cet exercice, on s'intéresse à l'eau dont le diagramme des phases est donné ci-contre.

- Reproduire ce diagramme et le compléter en indiquant les domaines d'existence des différentes phases, et en nommant les points caractéristiques E et B.
- Définir la pression de vapeur saturante et effectuer la construction graphique explicitant cette définition.



- Comment appelle-t-on le passage de la phase liquide à la phase gaz ? Représenter alors le diagramme de Clapeyron correspondant. Indiquer les domaines d'existence des phases et nommer les différentes courbes que vous y ferez figurer.

On étudie une enceinte cylindrique diathermane de volume initial  $V_i$ , fermée par un piston mobile sans frottement. L'ensemble est maintenu à la température  $T = 373\text{K}$  pour laquelle la pression de vapeur saturante de l'eau est de  $P_s = 1,0 \text{ bar}$ .

Pour la phase gaz, on adopte le modèle du gaz parfait, et on négligera le volume occupé par la phase liquide.

On introduit alors dans le cylindre initialement vide une masse  $m$  d'eau.

- Déterminer  $m_{\text{max}}$  la masse maximale d'eau que l'on peut introduire pour qu'elle reste entièrement sous phase vapeur en fonction de  $R$ ,  $T$ ,  $V_i$ ,  $P_s$  et  $M_{\text{eau}}$  (la masse molaire de l'eau).

On suppose qu'on a introduit une masse  $m < m_{\text{max}}$ .

- Faut-il augmenter ou diminuer le volume pour voir apparaître une phase liquide ? Déterminer le volume limite à partir duquel elle apparaît.

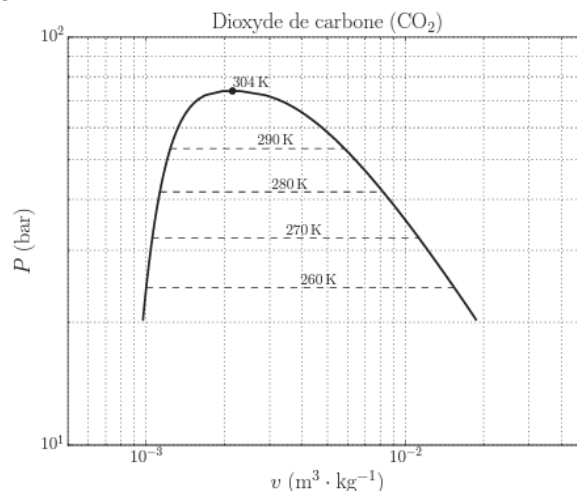
On suppose maintenant que  $m > m_{\text{max}}$ .

- Déterminer la fraction massique d'eau en phase vapeur.

### Exercice 10 : Stockage sous contrôle.

On cherche à stocker dans de bonnes conditions de sécurité un kilogramme de dioxyde de carbone sous forme d'un mélange liquide-vapeur, enfermé dans une enceinte indéformable de volume  $V_0$ , à la température  $T_i = 260\text{K}$ .

Le récipient contenant le fluide est prévu pour résister jusqu'à une pression de  $50\text{bar}$ . On fournit le diagramme de Clapeyron du dioxyde de carbone, de masse molaire  $M = 44 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ .



- Indiquer sur ce diagramme les zones correspondant à l'état liquide, l'état gazeux et à l'état diphasé.
- Compléter ce diagramme en donnant l'allure des isothermes pour les températures de  $260\text{K}$ ,  $290\text{K}$  et  $304\text{K}$ .

**Description d'un système à l'équilibre**

3. Déterminer la pression de vapeur saturante à la température  $T_i$  ainsi que les volumes massiques du liquide saturant et de la vapeur saturante à cette température.

On suppose dans une situation exemple que le volume  $V_0=5L$  et que la température du système est toujours  $T_i=260K$ .

4. Exprimer et évaluer le volume massique du système. Déterminer les fractions massiques en phase liquide et en phase vapeur dans le système.

Le récipient subit une élévation accidentelle de température l'amenant à 290K.

5. Comment choisir  $V_0$  pour que le récipient n'explose pas ?  
6. Dans quelle zone du diagramme faut-il éviter de placer le point représentatif du système de manière générale pour éviter une forte augmentation de la pression lors d'un échauffement éventuel du lieu de stockage ?

**Exercice 11 : Air humide.**

L'air renferme toujours une proportion d'eau vapeur, on le qualifie d'air humide et on le caractérise par :

- Son humidité absolue  $x = \frac{m_v}{m_{as}}$  où  $m_v$  est la

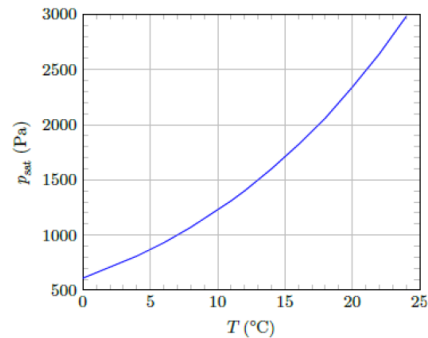
masse d'eau vapeur et  $m_{as}$  la masse d'air sec dans un volume  $V$  quelconque d'air humide.

- Son humidité relative (ou degré hygrométrique)

à la température  $T$  défini par  $\tau = \frac{p_v}{p_{sat}(T)}$  où

$p_v$  est la pression partielle en eau dans la phase gaz et  $p_{sat}(T)$  la pression de vapeur saturante de l'eau à la température  $T$ .

On donne ci dessous la courbe donnant l'évolution de  $P_{sat}$  en fonction de la température pour l'eau.



Dans la suite, l'air humide sera étudié comme une mélange de deux gaz parfaits : l'air sec (indice as) et la vapeur d'eau (indice v). La pression totale  $p$  de l'air humide est considérée constante égale à  $p_{tot}=1,013bar$ .

On note  $M_{as}$  et  $M_v$  les masses molaires de l'air sec et de l'eau.

1. Montrer que  $x = \frac{M_v}{M_{as}} \frac{p_v}{p - p_v}$ . Calculer la valeur maximale de l'humidité absolue  $x_{sat}$  pour  $T_0=20^\circ C$ .

On considère une chambre hermétiquement fermée de volume  $V=40m^3$  occupée par une personne qui se couche à 22h. La température de la pièce est de  $18^\circ C$  et l'humidité relative est de 50%. La température descend au cours de la nuit pour atteindre une température de  $16^\circ C$  à 8h du matin. En moyenne, un être humain produit par la respiration un débit d'eau vapeur  $d$  de l'ordre de  $50g.h^{-1}$ .

2. A son lever, l'occupant constate-t-il de la « condensation » d'eau dans la chambre ?

Certaines personnes sont réticentes à aérer lors des journées humides où l'air extérieur est froid et saturé en vapeur d'eau. Considérons une pièce initialement à la température  $20^\circ C$  et saturée en vapeur d'eau. L'air extérieur est à la température  $10^\circ C$  et est aussi saturé en vapeur d'eau. On renouvelle entièrement l'air de la pièce avec courant d'air et on ramène la température à la valeur de  $20^\circ C$ .

3. Déterminer l'humidité relative de l'air dans la pièce après aération. Conclure.