Statique des fluides dans un référentiel galiléen.

1. Forces volumiques et forces surfaciques.

1.1. Retour sur l'échelle mésoscopique. Introduction de la particule de fluide.

Pour les systèmes étudiés jusqu'à présent dans les cours de thermodynamique, nous avons considéré que la pression dans les systèmes étudiés était homogène lorsque l'équilibre mécanique était établi.
Pour les systèmes de grande taille, on n'observe pas nécessairement une température ou une pression homogène. On peut citer comme exemple la pression dans les océans qui augmente en fonction de la profondeur à laquelle on se situe sous l'action du champ de gravité terrestre.
Comment peut-on définir les paramètres pression et température dans ce type de systèmes ?
La réponse est l'introduction d'une échelle mésoscopique :

- On découpe le système macroscopique en volumes mésoscopiques, qu'on nomme généralement particule de fluide, dont l'échelle est très petite devant l'échelle macroscopique. Du point de vue macroscopique, on assimilera ces volumes mésoscopiques à des volumes élémentaires dτ(M).
- Cependant, chacun de ces volumes mésoscopiques conservera une taille suffisante pour être considéré comme très grand à l'échelle microscopique. Le volume mésoscopique contient alors un grand nombre de particules et on pourra définir une température T(M) ou une pression P(M) locales.
- La température et la pression définies pour chaque volume mésoscopique sont alors susceptibles de varier à l'échelle macroscopique tout en étant définies localement de manière rigoureuse.

On rappelle les ordres de grandeur pour les échelles microscopique (λ), mésoscopique (l) et macroscopique (L).

$$\boxed{\left(\lambda \approx 10^{-9}\,m\right) << \left(l \approx 10^{-6}\,m\right) << \left(L \approx 10^{-3}\,m\right)}$$

1.2. La force de gravité sur une particule est une force volumique.

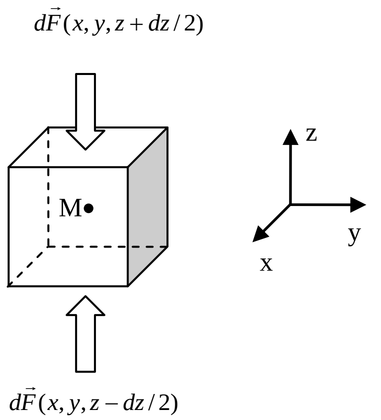
Pour exprimer la force de la gravité sur la particule, on utilise la loi habituelle $m\vec{g}$ où m est la masse de la particule étudiée et $\vec{g}$ le vecteur accélération de la pesanteur.
On introduit alors la masse volumique ρ(M) du fluide étudié qui est susceptible de varier en fonction du point en lequel on se situe :

- ➢ La plupart du temps, la masse volumique sera prise constante pour les liquides considérés alors dans le modèle de la phase condensée indilatable, incompressible.
- ➢ En revanche, les gaz seront généralement considérés compressibles. Dans l'atmosphère terrestre, la masse volumique de l'air est de plus en plus faible lorsqu'on monte en altitude.

La masse d'une particule située au point M de l'espace où la masse volumique est donnée par ρ(M) est donnée par : $m = \rho(M)d\tau(M)$. On obtient donc la force de gravité sur une particule sous la forme : $\rho(M)\vec{g}(M)d\tau(M)$
On observe alors que cette force s'exprime comme le produit d'un vecteur et du volume élémentaire dτ, on peut donc voir ce terme comme une force volumique de gravité exercée sur n'importe quelle particule du fluide.

> **<u>Définition</u>** : On définit la force volumique de gravité exercée en un point M d'un fluide par le produit de la masse volumique ρ(M) par le vecteur accélération de la pesanteur locale $\vec{g}(M)$. $\vec{f}_{V,g} = \rho(M)\vec{g}(M)$
> La force de gravité exercée sur la particule située en M s'exprime alors : $d\vec{F}_g = \vec{f}_{V,g}\,d\tau(M)$

1.3. Les forces de pression sur une particule sont surfaciques.



Les forces de pression s'exercent sur toutes les surfaces entourant la particule de fluide. On se place dans le cas général où la pression dépend de tous les paramètres d'espace (x,y,z).
On considère donc une particule de fluide centrée sur le point M de coordonnées (x,y,z) dans une base de projection cartésienne.
La force exercée sur la surface centrée en (x,y,z+dz/2) s'exprime :
$d\vec{F}_{z,+} = P(x,y,z+dz/2).dxdy.\left(-\vec{e}_z\right)$
La force exercée sur la surface centrée en (x,y,z-dz/2) s'exprime :
$d\vec{F}_{z,-} = P(x,y,z-dz/2).dxdy.\left(\vec{e}_z\right)$

La composante selon l'axe Oz de la force de pression totale sur le volume élémentaire s'exprime donc :

$$d\vec{F}_+ + d\vec{F}_- = -\left(P(x,y,z+dz/2) - P(x,y,z-dz/2)\right).dxdy.\left(\vec{e}_z\right) = -\frac{\partial P}{\partial z}(x,y,z)dxdydz\vec{e}_z = -\frac{\partial P}{\partial z}(x,y,z)d\tau\vec{e}_z$$

En reprenant le même raisonnement selon les directions Ox et Oy, on obtient la résultante des forces de pression sur la particule sous la forme :

$$d\vec{F}_P(M) = -\left[\frac{\partial P}{\partial x}(x,y,z)\vec{e}_x + \frac{\partial P}{\partial y}(x,y,z)\vec{e}_y + \frac{\partial P}{\partial z}(x,y,z)\vec{e}_z\right]d\tau(M)$$

On observe à nouveau que cette force s'exprime comme le produit du volume de la particule par un terme qui sera une force volumique $d\vec{F}_P(M) = \vec{f}_{v,P}d\tau(M)$

La force volumique $\vec{f}_{v,P}$ s'exprime alors : $\vec{f}_{v,P} = -\left[\frac{\partial P}{\partial x}(x,y,z)\vec{e}_x + \frac{\partial P}{\partial y}(x,y,z)\vec{e}_y + \frac{\partial P}{\partial z}(x,y,z)\vec{e}_z\right]$

On reconnait dans cette forme l'expression de l'opérateur gradient appliqué au champ de pression qui règne dans le système.

<u>Conclusion</u> : La résultante des forces de pression s'exerçant sur la surface extérieure d'une particule de fluide situé en M et de volume dτ s'exprime dans le cas général comme le produit d'une force volumique résultante et du volume dτ. La force volumique résultante s'exprime : $\vec{f}_{V,P} = -g\vec{r}ad\left(P(M)\right)$

La force résultante de pression exercée sur la particule située en M s'exprime alors : $d\vec{F}_P = \vec{f}_{V,P}d\tau(M)$

2. Equation locale de la statique des fluides : établissement et applications.

2.1. Equation locale de la statique des fluides.

a. Cas général.

On considère un fluide sur lequel s'exercent des forces volumiques résultant d'action mécanique extérieures (par exemple l'action de gravité, mais on peut imaginer des forces de Laplace sur un fluide ferromagnétique, ou des forces d'inertie d'entrainement sur un fluide qui ne serait pas statique dans un référentiel galiléen…) et qu'on note globalement $\vec{f}_{V,extérieur}$ et une particule de fluide sur laquelle s'exerce également les forces surfaciques dont la résultante est exprimée par la relation établie dans le paragraphe précédent.

On suppose que le fluide est à l'équilibre mécanique ce qui se traduit sur la particule considérée par la relation :

$\sum\vec{F}_{\rightarrow part} = \vec{0}$ ce qui donne $d\vec{F}_{ext\rightarrow part} + d\vec{F}_{fluide\rightarrow part} = \vec{0}$ puis $\left(\vec{f}_{V,extérieur} + \vec{f}_{V,P}\right)d\tau = \vec{0}$

<u>Conclusion</u> : l'équation locale de la statique des fluides s'écrit : $g\vec{r}ad\left(P(M)\right) = \vec{f}_{V,extérieur}$

Où P(M) désigne le champ de pression dans le fluide étudié et $\vec{f}_{V,extérieur}$ désigne la résultante des forces volumiques exercées sur le fluide par des éléments extérieures

b. Fluide plongé dans le champ de pesanteur terrestre.

On considère le cas particulier, qui est l'objet principal du cours de cette année, du fluide plongé dans un champ de gravité uniforme pour lequel le vecteur accélération de la pesanteur $\vec{g}$ est uniforme, de même direction et de sens opposé à $\vec{e}_z$

On écrit alors la relation d'équilibre de la particule soumise aux forces de pesanteur et de pression : $d\vec{F}_P + d\vec{F}_g = \vec{0}$ et on la projette selon les directions de la base cartésienne.

On obtient alors un champ de pression qui ne dépend que de l'altitude z et l'équation locale de la statique des fluides s'écrit de la manière suivante.

<u>Conclusion</u> : Pour un fluide plongé dans un champ de pesanteur uniforme de vecteur accélération $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ La pression ne dépend que de la cote z, et l'équation locale de la statique des fluides s'écrit : $\frac{dP}{dz}(z) = -\rho(z)g$

2.2. Application au cas d'un fluide incompressible et homogène.

a. <u>Expression du champ de pression.</u>

Dans un fluide incompressible et homogène, la masse volumique est une constante ρ_O. On intègre donc facilement la relation fondamentale : $\frac{dP}{dz}(z) = -\rho_O g$ Pour obtenir, $\boxed{P(z) = P(z=0) - \rho_O gz}$

b. Exemple 1 :

On considère le milieu océanique comme un liquide incompressible de masse volumique ρ_O=1,0.10^3 kg.m^{-3}. La pression atmosphérique au niveau de la mer est prise comme égale à la pression standard P^O On obtient donc pour expression de la pression à une profondeur h : $P(h)=P^O*10^3.9{,}8.h \approx P^O(1+0{,}1h)$

A chaque fois qu'on descend lors d'une plongée de 10m, la pression ambiante augmente de P^O.

Si un plongeur inspire 3L d'air à une profondeur de 20m il consomme une quantité de matière $n(20m)=\dfrac{P(20m)V}{RT}$ soit $n(20m)=3xn(0)$. La consommation d'air est donc multiplier par 3 par rapport à la consommation en surface.

Plus on plonge profond, plus la consommation est importante, ceci explique en partie pourquoi la durée d'une plongée en autonomie (bouteilles) est d'autant plus courte que la profondeur atteinte est grande.

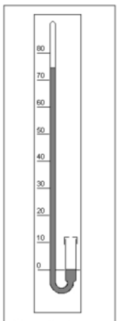
c. Exemple 2 :

Un baromètre est constitué d'une surface libre en contact avec l'atmosphère d'un coté et d'une surface mise en contact avec un vide presque parfait.

Entre le niveau en contact avec l'atmosphère et le niveau en contact avec le vide quasi parfait on a donc :

$P(h)=0=P_{atm}-\rho_{Hg}.g.h$ d'où $h=\dfrac{P_{atm}}{\rho_{Hg}.g}$

A.N : ρ_{Hg}=13550kg.m^{-3}, P_{atm}=1013hPa ; g=9,8m.s^{-2} : h=76cm.



Baromètre à mercure

2.3. Cas d'un gaz parfait isotherme.

a. Expression du champ de pression.

On doit intégrer la relation fondamentale de la statique des fluides : $\dfrac{dP}{dz}(z)=-\rho(z)g$.

On suppose que le gaz suit le modèle du gaz parfait, on peut donc utiliser la loi des gaz parfait où on utilise l'hypothèse isotherme : $P(z)V_m(z)=RT_O$

$V_m(z)$ est le volume molaire qu'on peut exprimer par : $V_m(z)=\dfrac{M}{\rho(z)}$ où M est la masse molaire du gaz et ρ(M) sa masse volumique. On obtient pour relation $\rho(z)=\dfrac{P(z)M}{RT_O}$

L'équation vérifiée par le champ de pression est donc : $\dfrac{dP}{dz}(z)=-\dfrac{Mg}{RT_O}P(z)$ qu'on peut intégrer par la méthode de séparation des variables : $\displaystyle\int_{P(z=0)}^{P(z)}\frac{dP'}{P'}=-\int_{z=0}^{z}\frac{Mg}{RT_O}dz'$

On obtient : $\boxed{P(z)=P(z=0)\exp\left(-\dfrac{Mg}{RT_O}z\right)=P(z=0)\exp\left(-\dfrac{mg}{k_BT_O}z\right)}$

b. Exemple 1.

Si on considère l'atmosphère basse de la terre comme isotherme, on peut déterminer la pression en haut du mont blanc d'altitude h= 4810m.

P(z=0)=1bar, M=28,8g.mol^{-1}, R=8,314J.K^{-1}.mol^{-1}, T= 290K : $P(4810m)=0{,}56bar$.

c. Exemple 2.

Dans une expérience de laboratoire où le gaz constitué occupe un volume de l'ordre du litre soit 1dm^3, la variation de pression dans le volume occupé par le gaz sera de l'ordre de : 10^{-5}bar

Cet ordre de grandeur justifie largement que dans les raisonnements faits jusqu'alors on néglige les variations du pression dans les systèmes gazeux étudiés.

d. Facteur de Boltzman.

En reprenant l'expression obtenue pour la pression et la relation $\rho=\dfrac{PM}{RT}$, on peut exprimer la masse volumique : $\rho(z)=\rho(z=0).\exp\left(-\dfrac{mg}{k_BT}z\right)$.

On obtient donc que le nombre de molécule de gaz à une altitude z s'exprime $N(z) = N_O.\exp\left(-\frac{mg}{k_B T}z\right)$

On reconnait alors l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur dans un champ uniforme : $E_g = mgz$.

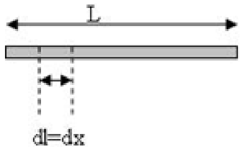
Et on voit que la loi obtenue fait apparaître le facteur de Boltzmann $\exp\left(-\frac{E_g}{k_B T}\right)$.

La population de particules du gaz vient occuper les différents niveaux d'énergie accessibles et la fraction de cette population qui occupe le niveau d'énergie E_g est proportionnelle au facteur de Boltzmann.
On interprète donc la loi donnant la masse volumique en fonction de z de manière qualitative (et quantitative grâce au facteur de Boltzmann) comme un équilibre dynamique entre la gravité qui attire les particules vers le sol et l'agitation thermique qui répartit les particules de manière uniforme dans l'espace.

3. Résultante de forces de pression. Exemple d'un barrage.

3.1. Barrage rectiligne.

On considère un barrage rectiligne de longueur L qui retient l'eau d'un lac de profondeur h, la pression à la surface est la pression atmosphérique P^O=1bar.

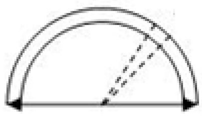


La pression dans le lac s'exprime alors en fonction de la profondeur z par la relation établie précédemment : $P(z) = P^O + \rho_O g z$ où ρ_O est la masse volumique de l'eau, et où on a changé le signe pour tenir compte du fait que (Oz) est maintenant vertical descendant.
Sur un élément de surface du barrage de longueur dx et de hauteur dz situé en (x,z) s'exerce alors une force de pression $d\vec{F} = P(z)dxdz\vec{e}_y$
La résultante des forces de pression sur le barrage est alors déterminée en intégrant sur la surface du barrage :

$$\vec{F}_{T1} = \iint_S d\vec{F} = \int_0^L dx \int_0^h P(z)dz\vec{e}_y = L\left[P^O z + \frac{\rho_O g}{2}z^2\right]_0^h \vec{e}_y = L\left(P^O h + \frac{\rho_O g}{2}h^2\right)\vec{e}_y$$

3.2. Barrage hémi cylindrique.

On étudie maintenant un barrage hémi cylindrique en remplacement du précédent. Le rayon du cylindre est alors R=L/2 et sa hauteur h.



L=2R

Sur un élément de surface du barrage de hauteur dz et correspondant à un angle d'ouverture dθ situé aux coordonnées (θ,z)s'exerce alors une force de pression : $d\vec{F} = -P(z)Rd\theta dz\vec{e}_r$
On cherche alors à exprimer la résultante des forces de pression sur ce barrage.

- Le barrage est symétrique par rapport au plan yOz, la force de pression sur un élément repéré par (-θ,z) est alors symétrique de celle exercée sur l'élément repéré par (θ,z).
- Selon l'axe Ox, ces deux forces élémentaires vont se compenser.
- La résultante sera donc orientée selon $\vec{e}_y$, elle s'écrit sous la forme $\vec{F}_{T2} = F_y\vec{e}_y$

On ne doit donc calculée que la projection de la résultante selon $\vec{e}_y$.

$$F_y = \iint_S d\vec{F}.\vec{e}_y = \int_0^\pi R\sin\theta d\theta \int_0^h P(z)dz = 2R\left[P^O z + \frac{\rho_O g}{2}z^2\right]_0^h = 2R\left(P^O h + \frac{\rho_O g}{2}h^2\right)$$

En tenant compte de la relation liant R et L, on obtient $\vec{F}_{T2} = L\left(P^O h + \frac{\rho_O g}{2}h^2\right)\vec{e}_y$

On constate donc que $\vec{F}_{T2} = \vec{F}_{T1}$ ce qui est assez logique. On peut cependant se poser la question de l'intérêt de la forme des barrages dans la réalité.

3.3. Retour sur la poussée d'Archimède.

On considère un solide de forme quelconque de masse m de volume V plongé entièrement dans un fluide incompressible et homogène de masse volumique ρ_O.

Il est soumis à la force de gravité $\vec{F}_g = m\vec{g}$ et aux forces de pression sur sa surface $\vec{F}_P$.

Pour obtenir l'expression de ces forces de pression, on considère le système dans lequel on remplace le solide par le volume de liquide équivalent de même Volume, même géométrie mais de masse volumique ρ_O.
Pour les deux systèmes, les forces de pression exercée par le fluide sur l'objet étudié sont les mêmes puisqu'ils ont la même géométrie et donc la même surface latérale.
Mais dans le cas du volume de liquide équivalent, on sait qu'il est en équilibre mécanique. On peut donc écrire la condition d'équilibre pour ce système : $\vec{F}_g{}' + \vec{F}_P = \vec{0}$ ce qui nous donne : $\rho_O V\vec{g} + \vec{F}_P = \vec{0}$

<u>Conclusion</u> : Les force de pression exercées par un fluide incompressible de masse volumique ρ_O sur un solide occupant dans ce fluide un volume V sont donnée par la poussée d'Archimède et s'exprime : $\boxed{\vec{\pi} = -\rho_O V\vec{g}}$

Exemple d'application :
Un iceberg de densité volumique constante ρ_S et de volume V, flotte à la surface d'un océan de densité volumique constante ρ_L.
Lorsque le morceau de glace est en position d'équilibre à la surface de l'océan, les forces qui s'appliquent sur lui sont :

- La force de gravité : $\vec{F}_g = \rho_S V\vec{g}$
- La poussée d'Archimède : $\vec{F}_P = -\rho_L V_{immergé}\vec{g}$

La condition d'équilibre d'écrit donc : $\rho_S V\vec{g} - \rho_L V_{immergé}\vec{g} = \vec{0}$ ce qui donne : $\frac{V_{immergé}}{V} = \frac{\rho_S}{\rho_L}$

Application numérique : $\rho_S = 920 kg.m^{-3}$; $\rho_L = 1025 kg.m^{-3}$, d'où : $\frac{V_{immergé}}{V} \approx 0,90$. 90% d'un iceberg se trouve sous la surface de l'océan.

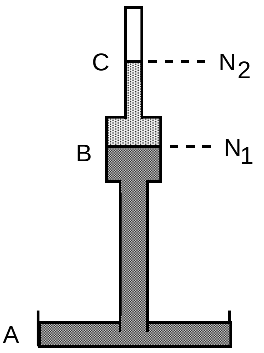
<u>Capacités exigibles</u>

- Forces surfaciques, forces volumiques : distinguer le statut des forces de pression et des forces de pesanteur.
- Connaître des ordres de grandeur des champs de pression dans le cas de l'océan et de l'atmosphère.
- Exprimer l'évolution de la pression avec l'altitude dans le cas d'un fluide incompressible et homogène et dans le cas de l'atmosphère isotherme dans le modèle du gaz parfait.
- S'appuyer sur la loi d'évolution de la densité moléculaire de l'air dans le cas de l'atmosphère isotherme pour illustrer la signification du facteur de Boltzmann.
- Exprimer une surface élémentaire dans un système de coordonnées adaptées.
- Utiliser les symétries pour déterminer la direction d'une résultante de forces de pression.
- Evaluer une résultante de forces de pression.
- Expliquer l'origine de la poussée d'Archimède.
- Exploiter la loi d'Archimède.
- Exprimer l'équivalent volumique des forces de pression à l'aide d'un gradient.
- Etablir l'équation locale de la statique des fluides.

Exercice 1 : Baromètre de Huygens.

Le baromètre de Huygens comprend une cuve à mercure A de surface libre en contact avec l'atmosphère de pression P_A et d'un tube barométrique contenant sur la partie basse du mercure et sur la partie haute de la glycérine teintée en bleue.

Le tube barométrique comporte un renflement B de section s_1 surmonté d'un tube C de section $s_2 < s_1$. Le mercure monte jusqu'au niveau N_1, environ au milieu de B ; il est surmonté par de la glycérine dont la surface libre est au niveau N_2. L'espace au-dessus de N_2 est pratiquement vide.



1. Exprimer P_1 la pression en N_1 en fonction de P_A, ρ_1 et z_1, puis en fonction de z_1, ρ_2 et z_2.
2. En considérant la glycérine incompressible, déterminer le lien entre les variations δz_2 du niveau N_2 et δz_1 du niveau N_1 et en déduire la variation d'altitude δz_2 lorsque la pression atmosphérique varie de δP_A.
3. En déduire le gain en précision du baromètre de Huygens par rapport au baromètre à mercure ordinaire.

données : $S = 50\ \text{cm}^2$; $s_1 = 5\ \text{cm}^2$; $s_2 = 0{,}2\ \text{cm}^2$;
masses volumiques : mercure : $\rho_1 = 13{,}6\ \text{kg.L}^{-1}$; glycérine : $\rho_2 = 1{,}05\ \text{kg.L}^{-1}$.

Exercice 2 : Chasse d'eau.

On considère une demi sphère de rayon R constituée de polystyrène de masse volumique $\rho_S=0{,}9.10^3\text{kg.m}^{-3}$.
On considère tout d'abord qu'elle est posée sur le fond d'un récipient contenant de l'eau de masse volumique ρ_L, la profondeur maximale de l'eau étant notée H.

1. Exprimer la résultante des forces de pression sur la demi-sphère directement.
2. Exprimer la résultante des forces de pression sur la demi-sphère en exploitant la notion de poussée d'Archimède.
3. On considère maintenant que la demi-sphère est en eau libre. Faire un bilan des forces sur la sphère et déterminer la fraction volumique de la sphère qui est immergée.
4. Donner une application de ce système. (Et vérifiez ainsi qu'on peut vraiment faire de la physique partout !!!!!!!).

Exercice 3 : Modèles d'atmosphère.

L'air de la troposphère (partie basse de l'atmosphère dans laquelle nous vivons) est considéré comme un gaz parfait de masse molaire M. On suppose que le champ de pesanteur est uniforme. Au niveau du sol, référence d'altitude z=0, la pression est P_O et la température T_O.
On suppose dans un premier modèle que la température est uniforme dans la troposphère.

1. Etablir la loi de pression dans la troposphère en fonction de l'altitude z en introduisant une hauteur caractéristique H du phénomène.

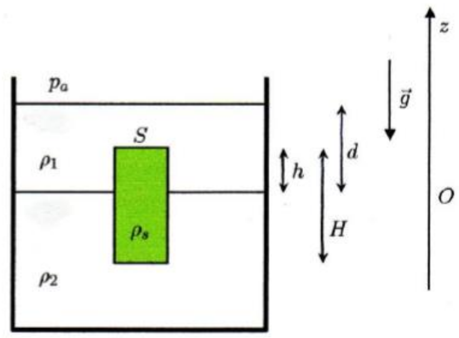
On suppose maintenant que la température décroit en fonction de l'altitude z selon la loi : $T(z)=T_O-\lambda z$.

2. Montrer que la pression à l'altitude z s'écrit : $P(z) = P_O\left(1-\dfrac{\lambda}{T_O}z\right)^{\frac{T_O}{\lambda H}}$
3. Calculer alors la pression au sommet de l'Everest (8850m) dans les deux modèles.
4. Pour z<<H, montrer que les deux modèles conduisent à une même fonction affine pour l'expression approchée de la pression P(z).

Données : $M=29\text{g.mol}^{-1}$; $g=9{,}8\text{m.s}^{-2}$; $P_O=1\text{bar}$; $T_O=310\text{K}$; $\lambda=5{,}0.10^{-3}\text{K.m}^{-1}$.

Exercice 4 : Mesure de la densité d'un solide.

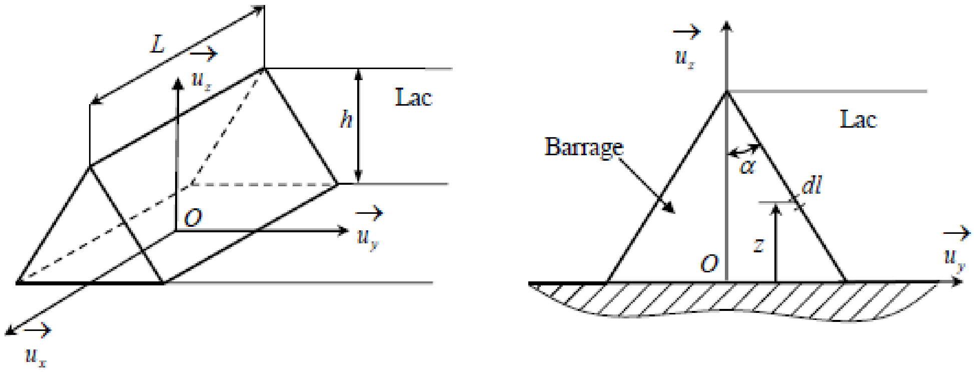
Un solide cylindrique, de section droite circulaire, homogène, de section S, de hauteur H et de masse volumique ρ_S, est plongé dans un récipient contenant deux liquides non miscibles superposés, de masse volumique ρ_1 et ρ_2 constantes. La pression atmosphérique est constante notée Pa. Les notations h et d sont précisées sur la figure. L'axe (Oz) vertical ascendant a son origine au niveau de l'interface séparant les deux fluides.



1. Exprimer la pression dans le système en fonction de l'altitude z.
2. Faire le bilan des forces sur le solide et exprimer la résultante des forces sur le solide par intégration sur sa surface.
3. En déduire l'expression de ρ_S en fonction de ρ_1 ρ_2, h et H.
4. Retrouver ce résultat par application de la loi d'Archimède.

Exercice 5 : Barrage.

On considère un barrage en forme de pentaèdre à base rectangulaire de longueur L. Sa section est formée par un triangle isocèle, de hauteur h et demi angle au sommet α. Il est posé sur le sol horizontal et permet de retenir l'eau d'un lac.



L'eau est supposée incompressible de masse volumique ρ_e, la masse volumique de l'ouvrage est notée ρ_b. La longueur L du barrage est supposée suffisamment grande pour que les forces de liaison intervenant à ses extrémités soient négligeables.

1. Déterminer l'action de la pesanteur exercée sur le barrage en fonction de ρ_b, L, h, α et g.
2. Exprimer la pression p(z) dans l'eau en fonction de l'altitude z, de la pression atmosphérique p_{at}, de ρ_e, g et h.
3. En déduire la résultante des forces de pression exercées sur le barrage.

On rappelle que la réaction du sol sur le barrage présente deux composantes, une normale et une tangentielle $\vec{R} = \vec{N} + \vec{T} = N_z\vec{e}_z + T_y\vec{e}_y$

La condition pour que le barrage ne glisse pas sur le sol est alors soumise à la valeur du coefficient de frottement statique entre le sol et le barrage et elle s'écrit sous la forme : $|T_y| < f_{stat}N_z$

4. Déterminer f_{min} le coefficient de frottement minimal entre le barrage et le sol pour assurer l'équilibre du système.

Exercice 6 : Masse de l'atmosphère terrestre.

1. Calculer la masse totale de l'atmosphère terrestre.

données : $P_{z=0} = 1013$ hPa ; $g = 9{,}8$ m.s^{-2} ; rayon terrestre : $r_t = 6370$ km ;
masse molaire de l'air M = 29g.mol^{-1} ; température moyenne de l'atmosphère T=10°C.