

Etude des circuits électriques dans l'ARQS.

Introduction.

Dans ce chapitre, on va s'attacher à introduire les grandeurs physiques essentielles de l'étude des circuits électriques dans les régimes respectant l'ARQS (l'approximation des régimes quasi-stationnaire) ainsi que les lois générales qui régissent le comportement de ces circuits.

1. Milieux conducteurs. Intensité du courant.

1.1. Présence de charges libres.

Un milieu conducteur électrique est caractérisé par sa capacité à assurer le transport de charges électriques sur des distances macroscopiques, c'est-à-dire observables à l'échelle humaine (typiquement de l'ordre du millimètre ou plus).

Pour assurer le transport de charges électriques à grande distance, un milieu conducteur doit présenter dans sa structure microscopique une population de particules porteuses d'une charge électrique libres de se déplacer dans l'ensemble du milieu considéré.

Exemple des métaux :

Dans la structure microscopique d'un métal solide constitué au départ d'une population d'atomes neutres, on observe une ionisation spontanée qui mène à la création de deux populations de charges.

- Des cations disposés dans l'espace selon le réseau cristallin, et qui sont immobiles.
- Une population d'électrons libres de se déplacer dans l'ensemble du métal.

Par exemple dans le cuivre métallique, chaque atome est ionisé une fois en moyenne et mène donc à la création d'un cation Cu^+ immobile et d'un électron libre.

Le nombre de charges libres est donc considérable. En prenant pour masse volumique du cuivre $\rho = 8,90.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$, pour masse molaire $M = 63,5 \text{ g.mol}^{-1}$, on obtient les ordres de grandeurs suivants :

- La quantité de matière d'électron libre dans un m^3 est identique à celle du cuivre puisque chaque atome libère un électron en moyenne, elle est estimée par : $C_e = \frac{\rho}{M} = 1,40.10^5 \text{ mol.m}^{-3}$
- ce qui donne en nombre d'électrons libres dans un m^3 : $n_e = \frac{\rho}{M} . N_A = 8,4.10^{28} \text{ m}^{-3}$
- La charge mobile disponible est alors le produit de la charge d'un électron $-e = -1,6.10^{-19} \text{ C}$ et du nombre d'électrons dans le volume : $\frac{\rho}{M} . N_A |e| = 1,35.10^{10} \text{ C.m}^{-3}$

Exemple des électrolytes liquides :

Dans un électrolyte, la population majoritaire est une molécule neutre (par exemple l'eau) dans laquelle on retrouve des ions libres de se déplacer dans l'ensemble du liquide.

Par exemple dans l'eau de mer, on trouve essentiellement des ions sodium Na^+ et des ions chlorure Cl^- qui seront les porteurs de charges libres. Les concentrations de chacun de ces ions dans l'eau de mer est d'environ $0,5 \text{ mol.L}^{-1}$. On obtient les ordres de grandeurs suivants :

- Quantité de matière de porteurs de charge libres : $1,0.10^3 \text{ mol.m}^{-3}$
- Ce qui donne en nombre de porteurs de charge libres : $6,02.10^{26} \text{ m}^{-3}$
- La charge mobile disponible est alors le produit de la charge élémentaire portée par un ion et du nombre d'ions dans le volume : $9,63.10^7 \text{ C.m}^{-3}$

Conclusion :

- Un milieu conducteur comporte des porteurs de charge libres dans la structure microscopique décrivant le milieu. La charge de chaque particule est quantifiée, elle doit nécessairement être un multiple de la charge élémentaire $e = 1,6.10^{-19} \text{ C}$.
- La quantité de charge mobile disponible dans un volume macroscopique de milieu conducteur est considérable. La quantification de la charge à cette échelle est négligeable et on peut considérer que cette charge est une grandeur physique qui évolue de manière continue.

1.2. Mouvement des charges libres. Intensité du courant.

a. Définition et ordre de grandeur de l'intensité du courant.

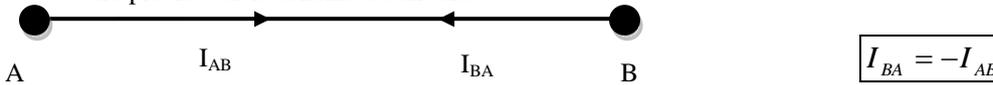
Définition : L'intensité du courant électrique mesure la quantité de charge électrique qui traverse une section du circuit par unité de temps. On dit aussi que l'intensité est le débit de charge à travers une section du circuit. Elle se mesure en Ampère (A). Un Ampère correspond à la traversée d'une charge de un coulomb sur une durée d'une seconde. $\text{A} \sim \text{C.s}^{-1}$.

Ordres de grandeur d'intensités :

Activité neuronale	10^{-6} A
Electronique de signal (ordinateurs, téléphones)	10^{-3} A
Electronique de puissance (appareils électroménagers)	10 A
Electrotechnique (gros moteurs d'usine)	10^2 A
TGV	10^3 A
éclaircs	$\approx 10^4$ A

Quelques propriétés directes :

- L'intensité est une grandeur algébrique. Elle est définie pour un sens de circulation dans le fil qui doit être précisé sur le schéma du circuit.



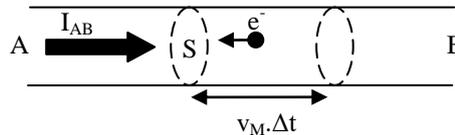
Si on considère la charge $\delta q_{A \rightarrow B}$ traversant la section étudiée pendant la petite durée δt , on exprime en fait l'intensité moyenne sur l'intervalle de temps δt par $I_{AB} = \delta q_{A \rightarrow B} / \delta t$.

En faisant tendre l'intervalle de temps considéré vers zéro on peut alors définir l'intensité instantanée par la

dérivée temporelle de la charge traversant la section à un instant t donnée : $I_{AB}(t) = \frac{dq_{A \rightarrow B}}{dt}$

b. Lien avec le déplacement des charges.

On considère un fil de cuivre cylindrique de diamètre $d = 1\text{mm}$ et traversé par un courant typique de ceux observés en TP c'est-à-dire $I_{AB} = 10\text{mA}$. On veut estimer la vitesse moyenne des électrons dans le fil.



Les électrons sont supposés se déplacer tous à la vitesse moyenne \vec{v}_M , ceux qui traversent la section S pendant Δt sont les électrons présents dans le cylindre droit de longueur $v_M \cdot \Delta t$ s'appuyant sur la section S d'aire $\pi(d/2)^2$.

Le débit de charges à travers S dans le sens A vers B est donc : $I_{AB} = (-e \cdot n_e) (\vec{v}_M \cdot \vec{u}_{AB}) \pi (d/2)^2$

La vitesse moyenne des électrons peut alors être estimée numériquement à : $v_M = 9,5 \cdot 10^{-7} \text{m.s}^{-1}$

On peut également estimer la vitesse d'agitation thermique des électrons par la relation : $v_T = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_e}}$ Où T est

la température absolue (300K environ) k_B est la constante de Boltzmann $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{J.K}^{-1}$ et $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg}$ est la masse d'un électron : $v_T = 1,2 \cdot 10^5 \text{m.s}^{-1}$

Sur cet exemple, on illustre bien que :

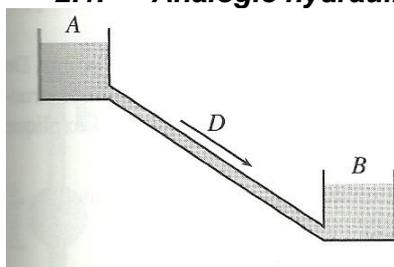
- Le courant de charges est dû au mouvement collectif des électrons qui s'effectue à une vitesse moyenne faible mais qui est la même pour tous les électrons.
- La vitesse d'agitation thermique ne participe pas directement à la conduction électrique à grande échelle même si sa valeur numérique est très grande car le mouvement collectif qui en résulte est nul.

Par rapport aux différents types de porteurs de charges :

- Des porteurs de charges positifs génèrent un courant $I_{AB} > 0$ si ils se déplacent effectivement de A vers B .
- Des porteurs de charges négatifs génèrent un courant $I_{AB} > 0$ si ils se déplacent effectivement de B vers A .

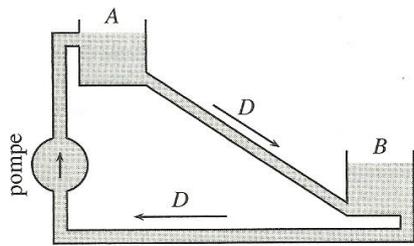
2. Potentiel électrique. Origine du mouvement des charges.

2.1. Analogie hydraulique.



On considère deux récipients identiques reliés par une conduite.

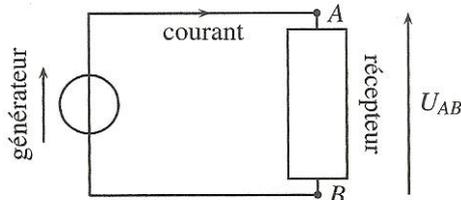
- Il apparaît évident qu'un courant hydraulique d'un certain débit de masse d'eau D va être observé du récipient A vers le récipient B .
- La cause de ce débit de masse est la gravité et si on veut être plus précis dans l'analogie, c'est la différence d'énergie potentielle gravitationnelle entre les deux récipients.
- Une fois le niveau d'eau établi à la même hauteur entre les deux récipients, le débit d'eau est annulé.



Pour assurer un fonctionnement permanent de cet écoulement, il faut ajouter un composant actif à ce circuit hydraulique comme une pompe qui remonte le liquide du récipient B vers le récipient A.

Cette pompe assure en fait le maintien de la différence de potentiel gravitationnel entre les deux récipients A et B en fermant le circuit par la mise en place d'un débit identique à celui circulant de A en B sous l'effet de la gravité.

La structure d'un circuit électrique est analogue à celle du circuit hydraulique précédent.



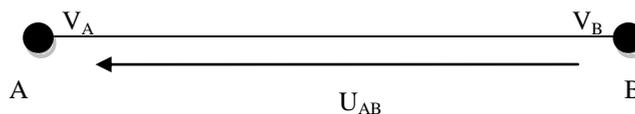
Le générateur électrique est l'élément actif remplaçant la pompe. Il maintient la circulation des charges électriques dans l'élément récepteur, qui joue le même rôle que la conduite, en imposant une différence de potentiel entre les points A et B.

La différence entre les deux systèmes est la nature de l'interaction mettant en mouvement le fluide, elle n'est plus gravitationnelle mais électrique. Cette interaction électrique est strictement analogue à l'interaction gravitationnelle sauf qu'elle agit sur les charges électriques au lieu d'agir sur les masses.

2.2. Définitions.

Les interactions électromagnétiques vont générer au sein du circuit électrique une grandeur physique nommée potentiel électrique. On le note généralement avec la lettre V.

Sur le schéma suivant, on note V_A le potentiel électrique en A et V_B le potentiel électrique en B.



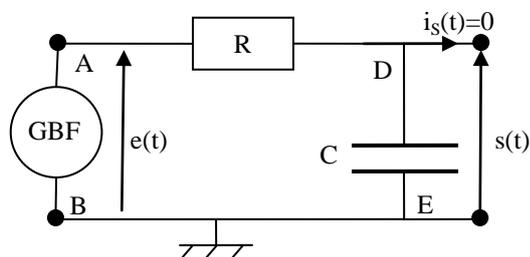
Définition : On appelle différence de potentiel entre A et B ou encore tension aux bornes de la branche AB, la différence des potentiels électriques en A et en B. On la note $U_{AB} = V_A - V_B$ et on la symbolise par une flèche allant de B vers A (par convention).

Le potentiel et la tension se mesurent en Volt (V).

Ordre de grandeur de tensions :

Activité neuronale	75 mV
Electronique de signal (ordinateurs, téléphones)	0,1 V
Piles	quelques volts
Secteur (EDT)	230 V (tension efficace)
TGV	25 kV (efficace)
juste avant un éclair d'orage	10^8 V

2.3. Références de potentiel.



Dans le circuit ci-contre, on peut repérer le symbole indiquant qu'un point du circuit sert de référence de potentiel.



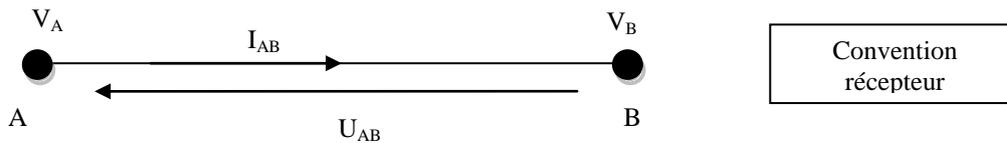
Ce point est alors désigné par le terme **masse du circuit électrique**, et par convention le potentiel électrique de ce point est fixé à zéro.

- Tous les points directement relié par un fil au symbole de masse présente alors un potentiel nul.
- Le potentiel des autres points s'identifie avec la tension entre ce point et la masse. Par exemple le potentiel du point A s'écrit $V_A = U_{AB} = e(t)$, le potentiel du point D s'écrit $V_D = U_{DE} = s(t)$.

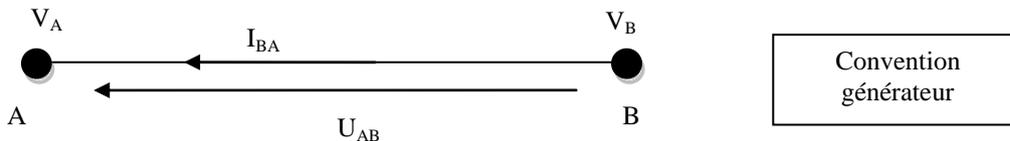
En TP et dans une installation électrique en général, le symbole donnant la position de la masse s'identifie avec la **terre** de l'installation. La gestion de cette terre doit alors être effectuée systématiquement puisque les instruments électriques branchés à la terre (par exemple les GBF et les oscilloscopes) doivent impérativement être associés dans les circuits de manière à ce que la masse-terre soit un point unique dans le circuit.

2.4. Convention récepteur, convention générateur.

Les deux conventions concernent la façon dont on fait le choix de l'orientation du courant étudié dans une branche du circuit et de l'orientation de sa tension à ses bornes.



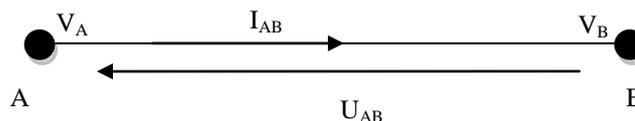
La convention récepteur consiste à choisir le sens du courant comme étant opposé au sens de la flèche de tension aux bornes de la branche.



La convention générateur consiste à choisir le sens du courant comme étant celui de la flèche de tension aux bornes de la branche.

2.5. Puissance reçue par la branche de circuit.

Définition : La puissance électrique reçue par une branche de circuit s'exprime en convention récepteur comme le produit de la tension aux bornes de la branche par l'intensité circulant dans la branche. $P_{AB} = U_{AB} I_{AB}$. La puissance s'exprime en Watt (W).



Ceci permet d'interpréter les conventions précédemment décrites.

- Si une branche de circuit se comporte effectivement comme un récepteur, elle consomme de la puissance électrique et la puissance P_{AB} reçue par le circuit est positive.
- En revanche, si une branche de circuit se comporte effectivement comme un générateur, elle produit de la puissance électrique et la puissance P_{AB} est négative. Il faut alors utiliser la convention générateur pour déterminer la puissance fournie par la branche de circuit qui s'exprime par $P_{BA} = U_{AB} I_{BA}$. (attention, on « retourne » l'indice d'une seule des deux grandeurs).

Remarque : On comprend aisément que toutes ces histoires de convention d'orientation peuvent rapidement mener à des erreurs et des confusions qu'il faut absolument éviter pour ne pas se tourner en ridicule. La seule manière d'y arriver est de réaliser systématiquement un schéma sur lequel on indiquera clairement les flèches de tension et de courant.

3. ARQS et lois régissant les circuits électriques.

3.1. Approximation des régimes quasi stationnaires.

Quand on allume un générateur de signaux dans un circuit électrique, le courant électrique ne circule pas immédiatement a priori dans tous les composants ; « L'information » « le générateur est allumé » met un certain temps à circuler.

On considère généralement que l'information se propage approximativement à la vitesse des ondes électromagnétiques dans le circuit et on l'assimile en ordre de grandeur à la vitesse de la lumière dans le circuit.

Le temps pour que l'information arrive en tout point d'un circuit de longueur L est donc : $\frac{L}{c}$.

Pour un fil de longueur égale à 1 m, on a $\frac{L}{c} = 3,3 \cdot 10^{-9}$ s.

Comparé avec la période du signal délivré par EDF : $f = 50$ Hz, donc $T = 2 \cdot 10^{-2}$ s, le temps de propagation est négligeable devant la période caractéristique de l'évolution temporelle de la tension.

Par contre, avec des signaux de fréquence $f = 10^8$ Hz (bande FM), on a $T = 10^{-8}$ s : Le temps de propagation n'est plus négligeable.

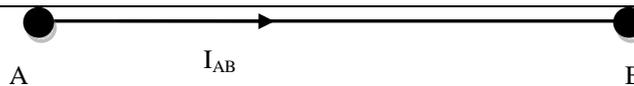
On appelle approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS), le régime de fonctionnement des circuits électriques dans lequel le temps de propagation de l'information électrique est négligeable devant le temps caractéristique de variation du signal électrique mis en œuvre.

Si L est la longueur du circuit, c la vitesse de la lumière et T le temps caractéristique de variation du signal (période), alors l'ARQS est vérifiée si $\frac{L}{c} \ll T$.

3.2. Conservation de la charge.

Définition : Un circuit est dit en régime stationnaire, si l'ensemble des grandeurs physiques dans ce circuit sont indépendantes du temps.

Propriété : En régime stationnaire, la charge contenue dans une portion du circuit électrique est donc une constante.



Reprenons le cas de la branche de circuit connectant les points A et B. Pendant une durée δt , il entre dans le circuit par le point A une quantité de charge $I_{AB} \cdot \delta t$. Pour que la charge électrique contenue dans la portion de fil [AB] reste constante, il faut donc que la quantité de charges sortant en B soit elle aussi $I_{AB} \cdot \delta t$.

Propriété : En régime stationnaire, l'intensité du courant électrique est la même en tout point d'une branche de circuit.

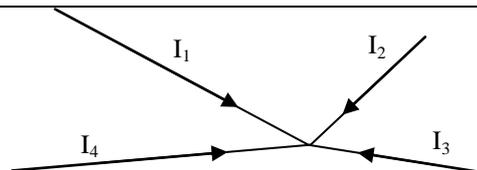
Dans l'ARQS, l'information électrique se transmet instantanément en tout point du circuit. Tous les porteurs de charges libres réagissent donc en même temps aux variations imposées au circuit. Par conséquent, les intensités en tout point d'une branche seront identiques.

Conclusion : En régime stationnaire ou dans l'ARQS, la conservation de la charge implique que l'intensité du courant électrique est la même en tout point d'une branche de circuit.

3.3. Loi des nœuds.

Un nœud est un point de convergence de plusieurs branches du circuit.

Énoncé de la loi des nœuds : La somme des intensités des courants arrivant sur un nœud dans un circuit électrique est nulle.



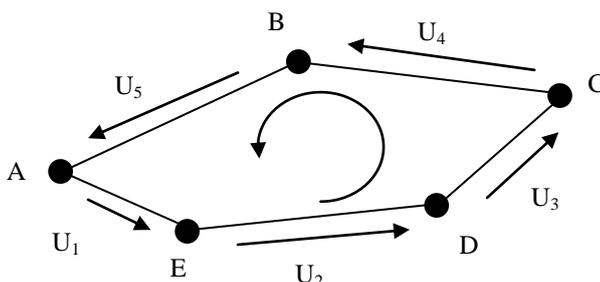
Lois des nœuds :
 $I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0$

Remarque : La loi des nœuds est la traduction de la conservation de la charge.

3.4. Loi des mailles.

Une maille est un ensemble de branches qui forment une boucle simple dans un circuit électrique. Le terme de boucle simple signifie qu'on ne passe pas deux fois par une même branche lorsqu'on parcourt une maille.

Énoncé de la loi des mailles: Lorsqu'on parcourt une maille en suivant le sens des flèches de tension, la somme des tensions impliquées est nulle.



Lois des mailles :
 $U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5 = 0$

Remarque : Si on traduit chaque tension en terme de potentiel, on obtient ce résultat de manière évidente.

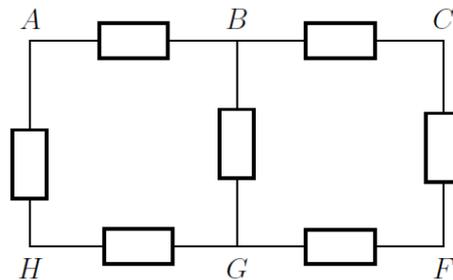
Capacités exigibles

- Savoir que la tension est une différence de potentiel et en choisir la référence (masse) de manière adaptée.
- Exprimer l'intensité du courant électrique en termes de débit de charge.
- Algébriser les grandeurs électriques.
- Utiliser avec précision le vocabulaire des circuits : branche, maille, nœud, intensité parcourant une branche, tension aux bornes d'une branche
- Exprimer la condition d'application de l'ARQS
- Utiliser la loi des mailles et la loi des nœuds
- Utiliser les conventions récepteur et générateur
- Algébriser la puissance échangée et l'exprimer en fonction de U et I

AD 1 : branches, mailles, nœuds.

Pour le circuit dont la structure est donnée ici :

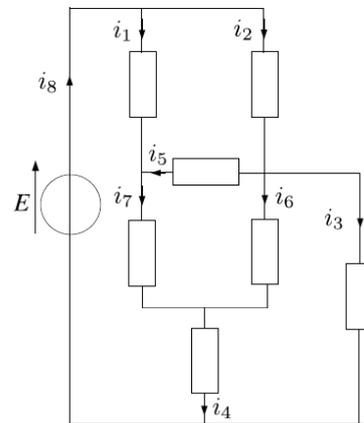
1. Lister les nœuds et leurs positions à l'aide des lettres fournies.
2. Lister les mailles et les désigner à l'aide des lettres fournies.
3. Ecrire la loi des nœuds pour chacun des nœuds listés. Que constate-t-on ?
4. Ecrire la loi des mailles pour chaque maille listée. Que constate-t-on ?



AD 2 : loi des noeuds.

On considère le circuit ci-contre.
On mesure $i_2 = 15,0 \text{ mA}$, $i_3 = 8,0 \text{ mA}$,
 $i_6 = 3,0 \text{ mA}$ et $i_7 = 13,0 \text{ mA}$.

1. Déterminer les intensités i_5 , i_1 , i_8 et i_4 .



AD 3 : loi des mailles.

On considère le circuit ci-contre.
On donne $u_1 = 5,0 \text{ V}$, $u_2 = 7,0 \text{ V}$, $u_3 = 3,0 \text{ V}$
et $u_5 = 4,7 \text{ V}$ et $u_6 = 1,5 \text{ V}$.

1. Déterminer les tensions u_4 , u_7 , et u_8 .

