Dipôles modèles en électrocinétique.

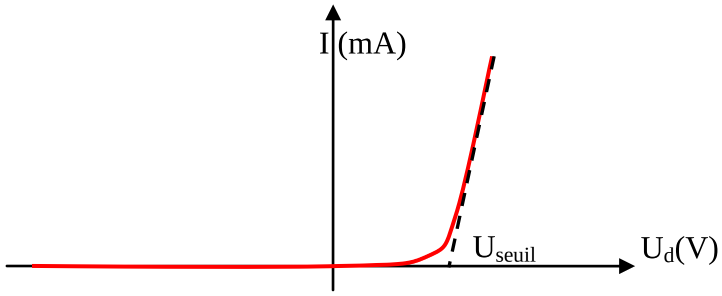
Introduction.

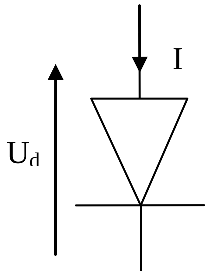
Pour étudier un dipôle, on cherche à établir le lien entre la tension aux bornes de ce dipôle et l'intensité du courant qui le traverse. Cette caractéristique dépend de la nature du dipôle étudié mais également du régime de fonctionnement du dipôle.

Caractéristique statique d'un dipôle.

<u>Définition</u> : La caractéristique statique d'un dipôle est définie comme la donnée de la fonction liant la tension aux bornes du dipôle et l'intensité du courant qui le traverse en régime stationnaire.
$I_{AB} = F(U_{AB})$ (en convention récepteur) $I_{BA} = F(U_{AB})$ (en convention générateur)

<u>Exemple</u> : On considère une diode étudiée en régime stationnaire et en convention récepteur.

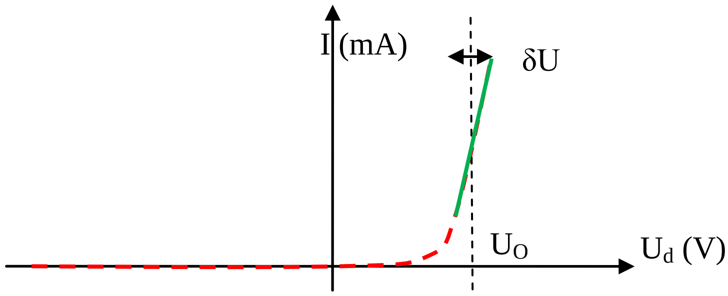


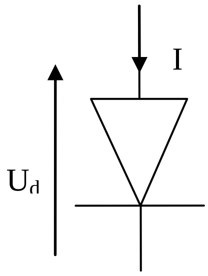


Caractéristique dynamique d'un dipôle.

<u>Définition</u> : La caractéristique dynamique d'un dipôle est définie comme la trajectoire du point de coordonnées $(U_{AB}(t),I(t))$ dans le plan Tension-Courant.

<u>Exemple</u> : On considère une diode étudiée en convention récepteur fonctionnant en régime sinusoïdal pour laquelle on impose la tension $U_d(t)=U_O+\delta U\cos(\omega t)$.





1. Les conducteurs ohmiques.

1.1. Caractéristiques d'un conducteur ohmique.

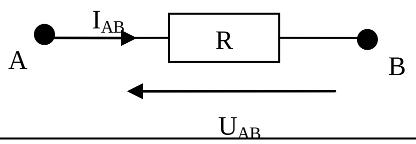
<u>Définition</u> : Un conducteur ohmique est un dipôle qui vérifie **<u>la loi d'Ohm</u>** : $\boxed{U_{AB} = RI_{AB}}$ (convention récepteur) où R désigne la résistance. L'unité de la résistante est le Ohm (Ω).

- <u>Expression de la puissance Joule reçue par la résistance</u> :

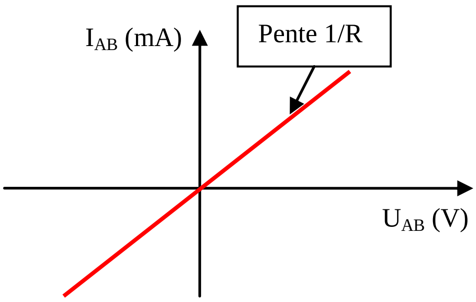
On utilise la définition en convention récepteur : $P_J = U_{AB}.I_{AB} = RI_{AB}^2 = U_{AB}^2/R$

On la nomme puissance Joule, la puissance électrique consommée est intégralement convertie en puissance thermique. C'est ce qui explique qu'un composant électronique peut chauffer lors de son fonctionnement.

- La caractéristique statique de la résistance pure est une droite passant par l'origine et de pente 1/R. Une caractéristique dynamique de résistance sera une portion de cette droite.



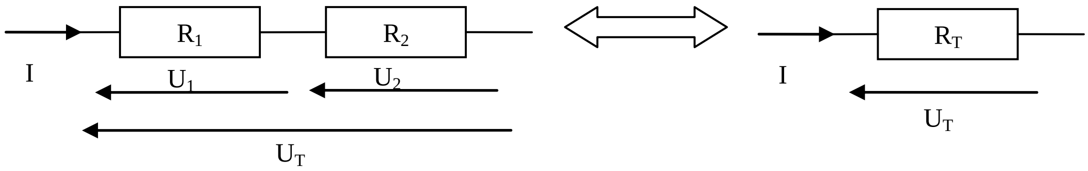
Equation caractéristique : $U_{AB}=RI_{AB}$ (loi d'Ohm)
Puissance reçue : $P_J=RI_{AB}^2=U_{AB}^2/R$ (Puissance Joule)



Ordres de grandeur :

Fil connecteur, Ampèremètre	Ω
Résistance de sortie d'un GBF	50 Ω
Résistors utilisés en TP	10^2 à 10^4 Ω
Résistance d'entrée d'un oscilloscope	10^6 Ω
Résistance d'un voltmètre	10^7 Ω

1.2. Association en série de deux résistances.



La loi d'Ohm aux bornes de chaque résistance s'écrit : $U_1 = R_1 I$; $U_2 = R_2 I$; $U_T = R_T I$

On a de plus : $U_T = U_1 + U_2$.

a. <u>Détermination de la résistance équivalente.</u>

On déduit des relations précédentes que : $R_T = R_1 + R_2$

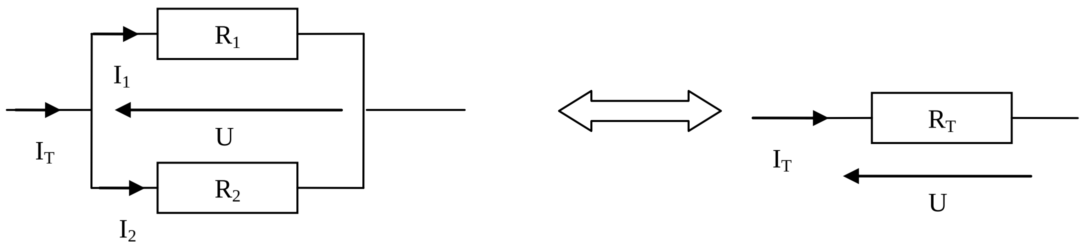
<u>Propriété :</u> L'association en série de deux conducteurs ohmiques de résistances R_1 et R_2 est équivalente à un conducteur ohmique de résistance totale R_T qui est la somme des deux résistances individuelles : $R_T = R_1 + R_2$

b. <u>Relation du diviseur de tension.</u>

On déduit des relations précédentes : $U_2 = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} U_T$; $U_1 = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} U_T$

<u>Relation du diviseur de tension :</u> Si deux conducteurs ohmiques de résistances R_1 et R_2 sont traversés par un même courant, la tension aux bornes des conducteurs ohmiques (1) et (2) s'exprime en fonction de la tension totale aux bornes du système par : $U_1 = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} U_T$; $U_2 = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} U_T$

1.3. Association en parallèle de deux résistances.



La loi d'Ohm aux bornes de chaque résistance s'écrit : $U = R_1 I_1$; $U = R_2 I_2$; $U = R_T I_T$

On a de plus : $I_1 + I_2 = I_T$

a. <u>Détermination de la résistance équivalente.</u>

On déduit des relations précédentes que : $\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} = \dfrac{1}{R_T}$

<u>Propriété :</u> L'association en parallèle de deux conducteurs ohmiques de résistances R_1 et R_2 est équivalente à un conducteur ohmique de résistance totale R_T vérifiant : $\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} = \dfrac{1}{R_T}$

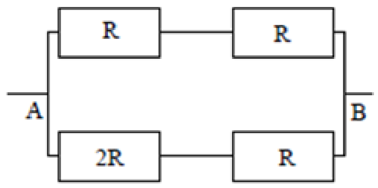
b. <u>Relation du diviseur de courant.</u>

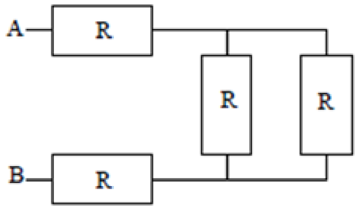
On déduit des relations précédentes : $I_1 = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} I_T$; $I_2 = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} I_T$

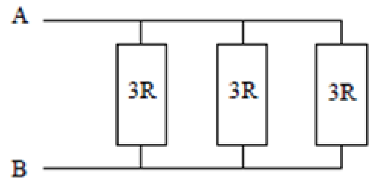
<u>Relation du diviseur de courant :</u> Si deux conducteurs ohmiques de résistances R_1 et R_2 sont associés en parallèle, l'intensité des courants passants dans les conducteurs ohmiques (1) et (2) s'exprime en fonction de l'intensité totale par les relations suivantes: $I_1 = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} I_T$; $I_2 = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} I_T$

<u>AD1 : Association de résistances.</u>

1. Pour les circuits suivants, déterminer la résistance équivalente entre les point A et B.



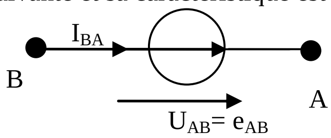


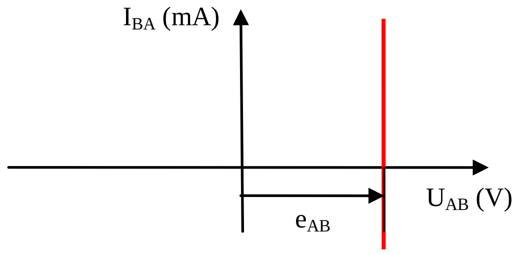


2. Modèle linéaire d'un générateur.

2.1. Les sources idéales de tension et de courant.

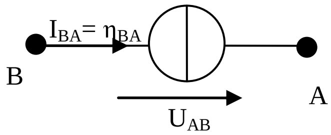
<u>Source de tension idéale</u> : Une source idéale de tension impose entre ses bornes une tension fixe égale à sa force électromotrice (f.e.m) e_{AB} et peut délivrer n'importe quelle intensité. Elle est symbolisée de la façon suivante et sa caractéristique est une droite verticale.

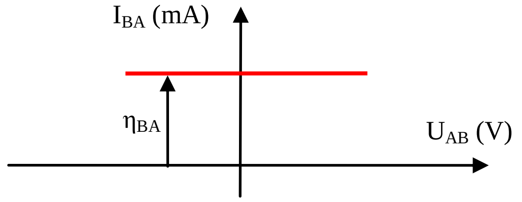




Equation caractéristique : $U_{AB} = e_{AB}$

<u>Source de courant idéale</u> : Une source idéale de courant impose la valeur de l'intensité η_{BA} qui la traverse et peut délivrer à ses bornes n'importe quelle tension. Elle est symbolisée de la façon suivante et sa caractéristique est une droite horizontale.

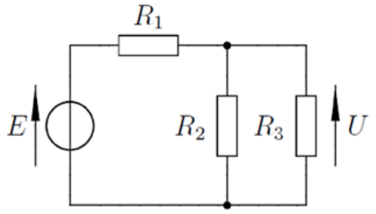


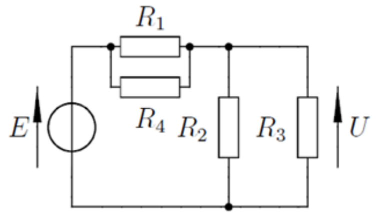


Equation caractéristique : $I_{BA} = \eta_{BA}$

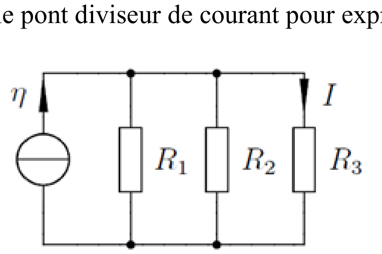
<u>AD2 : sources idéales et conducteur ohmique.</u>

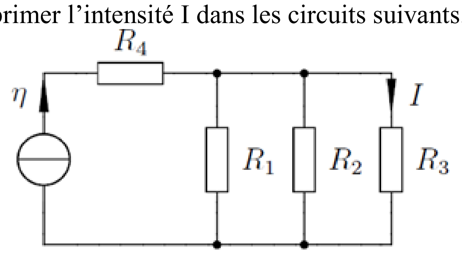
1. Utiliser le pont diviseur de tension pour exprimer la tension U dans les circuits suivants.





2. Utiliser le pont diviseur de courant pour exprimer l'intensité I dans les circuits suivants.

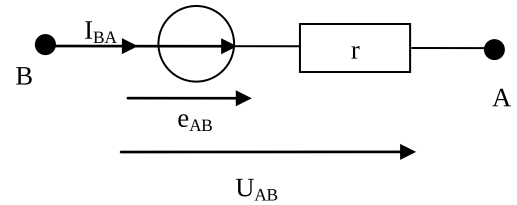




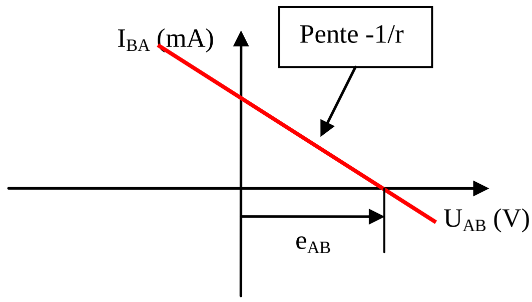
2.2. Modèle de Thévenin pour un générateur réel.

Un générateur réel n'est évidemment pas idéal, le premier défaut dont on peut tenir compte est l'existence d'une résistance interne r. Un des modèles possibles pour tenir compte de ce défaut est le générateur de Thévenin.

<u>Définition</u> : Un générateur, selon le modèle de Thévenin est l'association en série d'une source de tension idéale caractérisée par sa force électromotrice e_{AB} et d'un conducteur ohmique de résistance r.
L'équation caractéristique d'un générateur de Thévenin est : $U_{AB} = e_{AB} - rI_{BA}$ (convention générateur)



Equation caractéristique : $U_{AB} = e_{AB} - rI_{BA}$

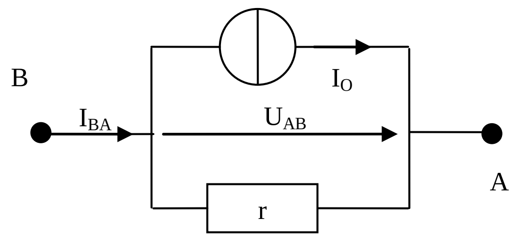


2.3. Modèle de Norton pour un générateur.

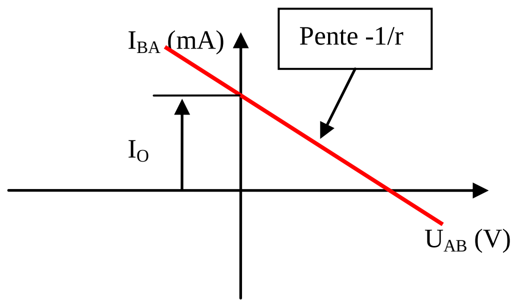
<u>Définition</u> : Un générateur, selon le modèle de Norton est l'association en parallèle d'une source de courant idéale caractérisée par son intensité I_O et d'un résistor de résistance r.

L'équation caractéristique d'un générateur de Norton est alors : $I_{BA} = I_O - U_{AB}/r$ (convention générateur)

'é »aze



Equation caractéristique : $I_{BA} = I_O - \dfrac{U_{AB}}{r}$



2.4. Association d'un générateur et d'un dipôle passif. Point de fonctionnement.

On considère un circuit constitué d'un générateur dans le modèle de Thévenin, et d'un dipôle passif en régime stationnaire. On utilise une méthode graphique pour déterminer les paramètres du système. L'état du système sera représenté sur le graphe I=f(U) par le point où se croise les caractéristiques statiques du générateur et du dipôle passif.
Si il n'y a pas de point de croisement des caractéristiques, le circuit ne peut pas fonctionner en régime stationnaire.
<u>Exemples :</u> On branche aux bornes d'un générateur une diode.

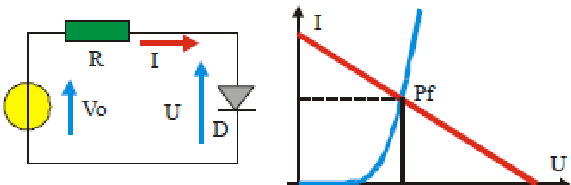


Fig. 4

Le point de fonctionnement du système P_f est obtenu aux croisements des deux caractéristiques statiques.

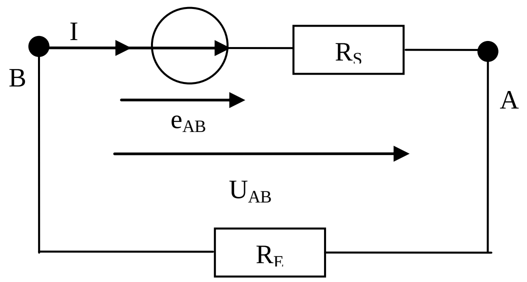
2.5. Résistance de sortie d'un générateur. Résistance d'entrée d'un circuit.

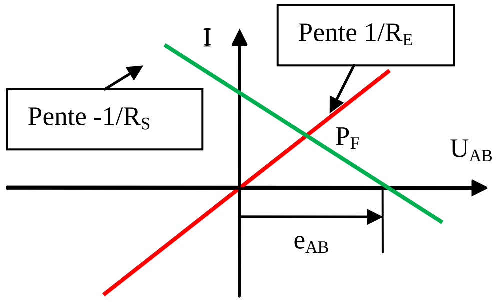
a. <u>Illustration sur un exemple.</u>

Prenons des exemples concrets pour illustrer ces deux notions.

- On peut lire sur la borne de sortie d'un GBF l'indication 50 Ω. La valeur affichée est la résistance de sortie R_S de ce générateur.
- On peut lire sur la borne d'entrée d'un oscilloscope les indications 1MΩ et 25pF. La première valeur affichée est la résistance d'entrée R_E de ce récepteur.

Etudions alors le comportement d'un circuit simple où on branche directement la sortie du GBF sur l'entrée de l'oscilloscope en tenant compte de ces indications :
Le GBF délivre une tension $U_{AB} = e_{AB} - R_S.I$ qui est mesurée par l'oscilloscope de résistance d'entrée R_E ce qui donne la nouvelle relation $U_{AB} = R_E.I$. On en déduit que la tension délivrée à la sortie du GBF et mesurée par l'oscilloscope s'exprime $U_{AB} = e_{AB}\dfrac{R_E}{R_E + R_S}$





Le générateur n'impose donc pas parfaitement la tension de commande e_{AB} au circuit mais une valeur dépendant de la résistance d'entrée du circuit qu'il alimente et de sa propre résistance de sortie.

- Avec les valeurs lues sur les appareils : $\dfrac{e_{AB} - U_{AB}}{e_{AB}} = \dfrac{R_S}{R_E + R_S} \approx 0{,}005\%$. On est dans la situation quasiment idéale où le générateur impose sa fem entre les points A et B.
- Si on étudie maintenant le comportement d'une résistance R de valeur 100Ω, on obtiendrait une résistance équivalente à l'association en parallèle de R et R_E de l'oscilloscope soit à peu près R et le rapport précédent devient $\dfrac{e_{AB} - U_{AB}}{e_{AB}} = \dfrac{R_S}{R + R_S} \approx 33\%$.

b. <u>Conclusion.</u>

En régime stationnaire :

- on pourra modéliser un générateur par le modèle de Thévenin et on appellera alors R_S résistance de sortie la résistance interne de ce générateur.
- On pourra modéliser un récepteur par un conducteur ohmique dont la résistance R_E sera appelée résistance d'entrée.
- Pour que le générateur délivre effectivement le signal tension de commande voulu, il faudra respecter l'inégalité suivante : $R_E >> R_S$
- Dans le cas contraire, l'étude du circuit alimenté sera perturbée par un problème de non adaptation des résistances des deux éléments connectés.

3. Les condensateurs. Modèle idéal.

3.1. Caractéristiques du condensateur.

<u>Définition</u> : Un condensateur est un dipôle qui accumule des charges opposées sur ses armatures et qui vérifie alors les relations suivantes :

- $\boxed{q_A = -q_B = C.U_{AB}}$ où C est la capacité du condensateur.
- Le transfert de charge dans le circuit nous donne alors $\boxed{I_{AB} = \dfrac{dq_A}{dt} = C\dfrac{dU_{AB}}{dt}}$
- L'unité de la capacité est le Farad (F).

<u>Ordres de grandeur</u> :

Condensateurs utilisés en TP	10^{-12} à 10^{-6}F
Supercondensateurs	Jusqu'à 10^5 F

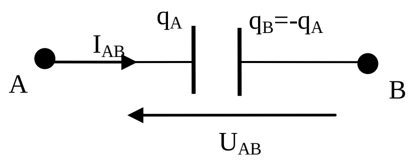
- <u>Caractéristique statique d'un condensateur :</u>

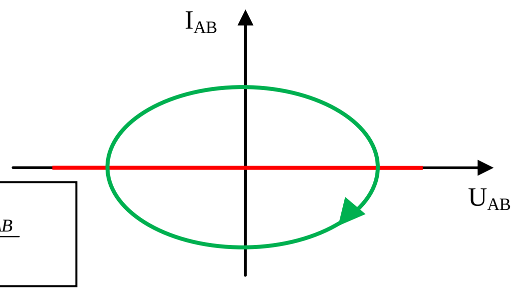
Pour un condensateur, la caractéristique statique est une droite se confondant avec l'axe des abscisses.

<u>En régime stationnaire</u>, quel que soit la valeur de la tension aux bornes du condensateur, l'intensité qui traverse le condensateur est nulle. On dit que le **<u>condensateur se comporte comme un coupe-circuit</u>**. On peut alors supprimer les branches d'un circuit qui contiennent un condensateur.

- <u>Caractéristique dynamique en régime sinusoïdal</u> :

Pour une tension $U_{AB}(t)=\delta U.\cos(\omega t)$, on détermine que l'intensité $I_{AB}= -C.\ \omega.\delta U.\sin(\omega t)$. On obtient donc une trajectoire elliptique parcourue dans le sens de la flèche.





$$\text{Equation caractéristique : } I_{AB} = \frac{dq_A}{dt} = C\frac{dU_{AB}}{dt}$$

3.2. Energie stockée dans un condensateur.

La puissance reçue par le condensateur s'exprime par :

$$P_C = U_{AB}.I_{AB} = U_{AB}.C.\frac{dU_{AB}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}C.U_{AB}^2\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2C}.q^2\right)$$

Energie stockée dans un condensateur :
La puissance reçue s'écrit donc comme la dérivée d'un terme. Ce terme est par conséquent homogène à une énergie. En prenant comme convention que l'énergie stockée dans le condensateur est nulle lorsque les charges sur les armatures sont nulles, on intègre la puissance entre les valeurs q=0 et la valeur q, pour obtenir l'expression de l'énergie stockée dans le condensateur : $\boxed{E_C = \frac{1}{2}C.U_{AB}^2 = \frac{1}{2C}.q_A{}^2}$

On remarque que l'énergie est quadratique de la charge, elle est donc paire, l'énergie est identique lorsqu'on considère la configuration de charge sur l'armature A ou l'armature B, cette propriété respecte la symétrie du composant et confirme à priori la convention adoptée d'une énergie nulle pour une charge nulle.

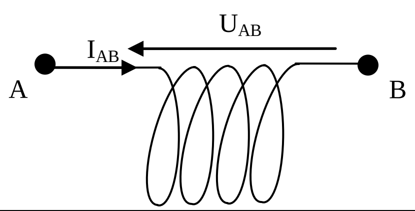
4. Les bobines. Modèle idéal.

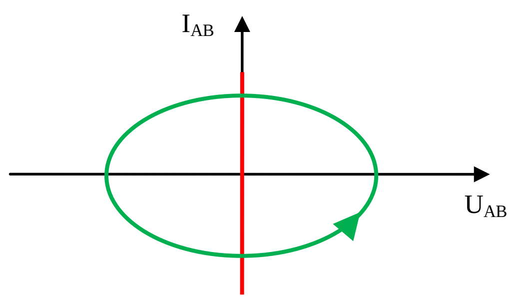
4.1. Caractéristiques de la bobine.

Définition : Une bobine idéale est un dipôle qui vérifie l'équation : $\boxed{U_{AB} = L\frac{dI_{AB}}{dt}}$
Où L désigne l'inductance de la bobine. L'unité de l'inductance est le Henry (H).

Ordres de grandeur :

Bobines utilisées en TP	10^{-3} à 10^{-1}H





$$\text{Equation caractéristique : } U_{AB} = L\frac{dI_{AB}}{dt}$$

- Caractéristique statique d'une bobine :

Pour une bobine, la caractéristique statique est une droite se confondant avec l'axe des ordonnées.
En régime stationnaire, quelle que soit la valeur de l'intensité traversant la bobine, la tension à ses bornes est nulle. On dit que la **bobine se comporte comme un fil**. On pourra remplacer la bobine par un fil dans les schémas des circuits étudiés en régime stationnaire.

- Caractéristique dynamique en régime sinusoïdal :

Pour une tension $U_{AB}(t)=\delta U.\cos(\omega t)$, on détermine que l'intensité $I= [\delta U/(L.\omega)].\sin(\omega t)$. On obtient donc une trajectoire elliptique parcourue dans le sens de la flèche.

4.2. Energie stockée dans une bobine.

- La puissance reçue par la bobine s'exprime par :

$$P_L = U_{AB}.I_{AB} = I_{AB}.L.\frac{dI_{AB}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}L.I_{AB}^2\right)$$

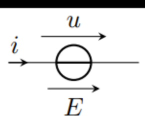
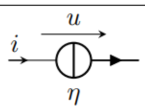
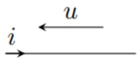
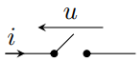
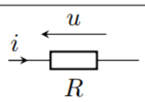
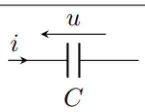
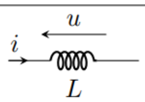
- Energie stockée dans une bobine :

La puissance reçue s'écrit donc comme la dérivée d'un terme. Ce terme est par conséquent homogène à une énergie. Si on intègre la puissance entre les valeurs $I_{AB}=0$ (pour laquelle l'énergie stockée est nulle) et la valeur I_{AB}, on peut définir l'énergie stockée dans la bobine : $\boxed{E_L = \frac{1}{2}L.I_{AB}^2}$

Capacités exigibles

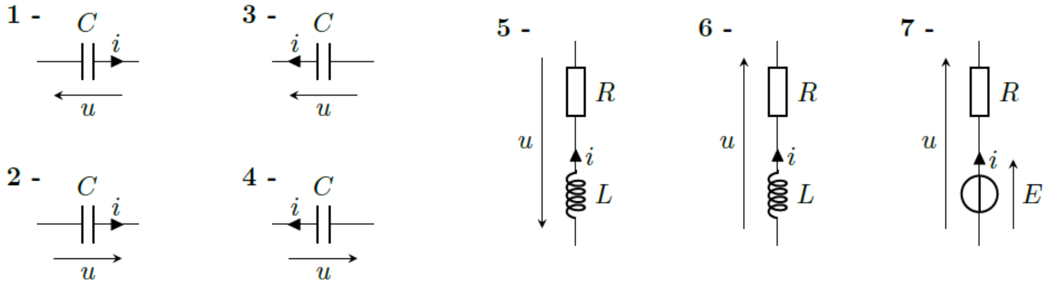
- Utiliser les lois de fonctionnement reliant l'intensité et la tension pour les dipôles modèles (résistance, condensateur, bobine, sources idéales)
- Savoir citer des ordres de grandeurs de résistance, capacité et inductance.
- Exprimer la puissance dissipée par effet Joule dans une résistance
- Exprimer l'énergie stockée dans un condensateur ou une bobine
- Remplacer une association série ou parallèle de deux résistances par une résistance équivalente
- Connaître et exploiter les relations de diviseurs de tension ou de courant
- Modéliser une source non-idéale en utilisant la représentation de Thévenin ou de Norton
- Connaître et exploiter l'équivalence entre les représentations de Thévenin et de Norton

Tableau synthétiques des différents dipôles utilisés en électrocinétique

Dipôle	Paramètre	Schéma normalisé	Loi de comportement
Source de tension	Force électromotrice E, en volt (V)		i quelconque, $u = E$
Source de courant	Courant de court-circuit η, en ampère (A)		$i = \eta$, u quelconque
Fil ou interrupteur fermé			i quelconque, $u = 0$
Interrupteur ouvert			$i = 0$, u quelconque
Résistance	Résistance R, en ohm (Ω)		$u = R\,i \quad \Leftrightarrow \quad i = \frac{u}{R} = G\,u$
Condensateur	Capacité C, en farad (F)		$i = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$
Bobine	Inductance L, en henry (H)		$u = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$

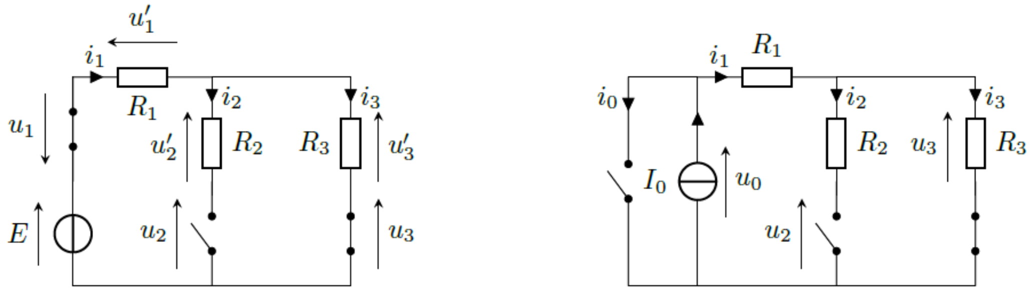
<u>AD3 : écrire une loi de comportement</u>

1. Pour chacun des dipôles décrits ci-dessous, indiquer si il est étudié en convention récepteur ou générateur, puis écrire la loi de comportement du dipôle à partir des relations constitutives du cours.

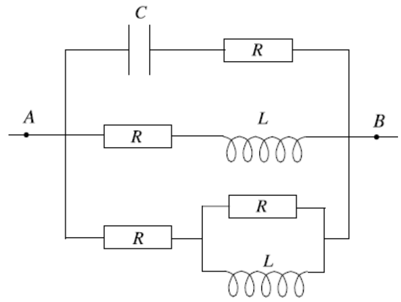


<u>AD4 : Entrainement à l'étude de circuits.</u>

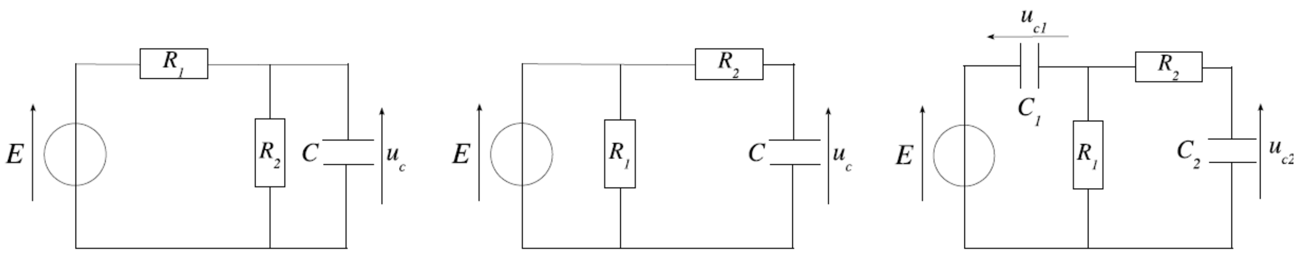
1. Déterminer pour les deux circuits ci-dessous, les expressions des tensions et intensités indiquées.



2. On considère le circuit ci-dessous en régime stationnaire entre les bornes A et B. Déterminer un schéma équivalent simplifié et exprimer alors la résistance équivalente entre les bornes A et B.

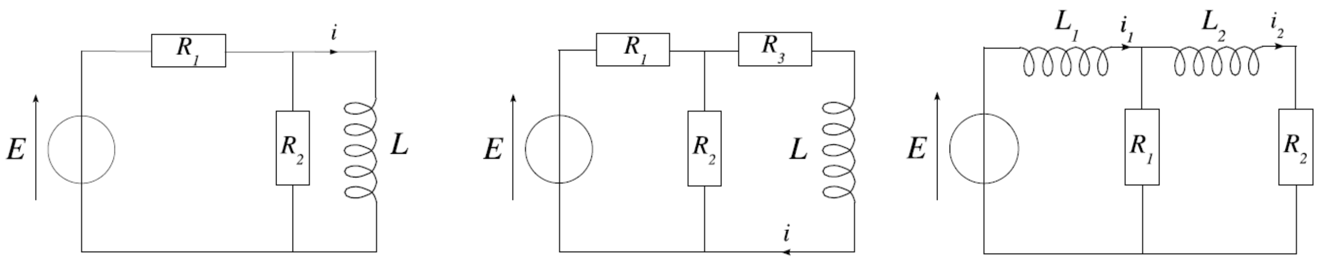


3. Dans les montages ci-dessous, déterminer la tension aux bornes de chaque condensateur en régime stationnaire.



(a) *(b)* *(c)*

4. Dans les montages ci-dessous, déterminer l'intensité du courant traversant chaque bobine en régime stationnaire.



(a) *(b)* *(c)*