Exercice 1 : modèle de Rayleigh de la vibration d'une étoile.

1. Les réponses sont regroupées dans le tableau ci-dessous :

Dimension	Symbole	Unité S.I.
Longueur	L	mètre (m)
Masse	M	kilogramme (kg)
Temps	T	seconde (s)
Température	Θ	kelvin (K)
Intensité électrique	I	ampère (A)
Quantité de matière	N	mole (mole)
Intensité lumineuse	J	candela (cd)

2. Le rayon R de l'étoile est une longueur. $\boxed{[R]=L}$
3. La fréquence f_O est l'inverse de la période temporelle du signal physique associé, on en déduit que sa dimension est l'inverse d'un temps $\boxed{[f_O]=T^{-1}}$
4. Le volume d'un cube est exprimé par le cube de la longueur a d'un côté du cube. $\boxed{[V]=[a^3]=L^3}$.

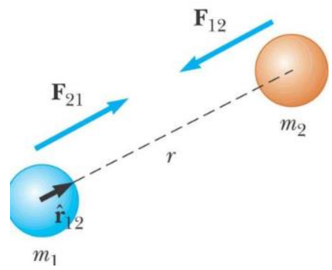
La masse volumique moyenne d'un système de masse m et de volume V est $\rho=\dfrac{m}{V}$ d'où $\boxed{[\rho]=\dfrac{M}{L^3}}$

5. La seconde loi de Newton nous donne $m\vec{a}=\sum\vec{F}$.

L'accélération est la dérivée seconde de la position $\vec{a}=\dfrac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}$ d'où $[a]=LT^{-2}$

Finalement on obtient $\boxed{[F]=[m][a]=MLT^{-2}}$ L'unité de force du SI est le Newton. $\boxed{1N\leftrightarrow 1kg\cdot m\cdot s^{-2}}$

6. Schéma :



On exploite la relation fournie $\vec{F}=-G\dfrac{m_1m_2}{r^2}\vec{u}$ ce qui donne $[F]=[G]\dfrac{[m_1][m_2]}{[r]^2}$

On obtient donc $[G]=\dfrac{[F][r]^2}{[m_1][m_2]}=\dfrac{MLT^{-2}.L^2}{M.M}$ et finalement $\boxed{[G]=M^{-1}L^3T^{-2}}$.

7. La relation $f_O=kR^a\rho^bG^c$ amène l'équation aux dimensions $[f_O]=[R]^a[\rho]^b[G]^c$

Ce qui donne $M^0L^0T^{-1}=L^aM^bL^{-3b}M^{-c}L^{3c}T^{-2c}=M^{b-c}L^{a-3b+3c}T^{-2c}$

On en déduit le système $\begin{cases}0=b-c\\0=a-3b+3c\\-1=-2c\end{cases}$ ce qui donne finalement $\boxed{\begin{cases}a=0\\b=1/2\\c=1/2\end{cases}}$ et $\boxed{f_O=k\sqrt{G\rho}}$.

8. Le résultat est bien cohérent avec la proposition formulée par Lord Rayleigh puisque (a=0) implique bien l'indépendance de la fréquence en fonction du rayon R et (b=1/2) montre qu'elle dépend de la racine carrée de la masse volumique.
9. On observe sur le premier graphique que la fréquence de vibration acoustique du soleil évolue entre 3 et 4 mHz (échelle logarithmique). Pour plus de précision, on lit $3,0cm\leftrightarrow 2décades$ et une distance de 2,3cm entre 0,1mHz et f_O.

On obtient $\log(f_O)-\log(0,1)=\dfrac{2,3}{3,0}\left(\log(10)-\log(0,1)\right)$ d'où $\log(f_O)=-1+\dfrac{2,3}{3,0}*2$ et $f_O=3,4mHz$

D'autre part on détermine la masse volumique du soleil $\rho=\dfrac{M_S}{V_S}=\dfrac{M_S}{\dfrac{4\pi}{3}R_S^3}=1,4.10^3kg.m^3$

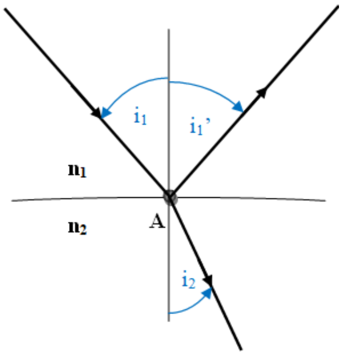
On peut alors faire l'application numérique pour trouver $\boxed{k=f_O\sqrt{\dfrac{1}{\rho G}}=11,1}$ (sans unité évidemment).

10. La fréquence de vibration pour l'étoile alpha du centaure est lue directement sur le graphique de droite en prenant la fréquence du plus grand pic $f_O'=2,4mHz$

On en déduit la masse volumique de l'étoile $\boxed{\rho=\dfrac{1}{G}\left(\dfrac{f_O}{k}\right)^2=7,0.10^2kgm^{-3}}$.

Exercice 2 : étude de la dispersion par un milieu transparent homogène isotrope.

Partie A : étude des lois de Snell Descartes.



1. Les lois de Snell-Descartes pour la réflexion s'énoncent alors :
   - ✓ Le rayon réfléchi appartient au plan d'incidence.
   - ✓ Le rayon réfléchi est symétrique du rayon incident. L'angle i_1' de réflexion et l'angle i_1 d'incidence sont liés par la relation $i_1' = -i_1$

Les lois de Snell-Descartes pour la réfraction s'énoncent alors :
   - ✓ Le rayon réfracté appartient au plan d'incidence.
   - ✓ L'angle de réfraction i_2 et l'angle d'incidence i_1 vérifient $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

2. On peut observer le phénomène de réflexion totale si la lumière passe d'un milieu plus réfringent vers un milieu moins réfringent, c'est-à-dire $n_1>n_2$ avec la convention du schéma précédent et si l'angle d'incidence est supérieur à l'angle limite de réfraction déterminé dans la question suivante.
3. L'angle d'incidence θ_L dans le milieu d'indice n_1 correspond à un angle de réfraction π/2 dans le milieu d'indice n_2.

   D'après la loi de Snell-Descartes sur la réfraction $n_1 \sin\theta_L = n_2 \sin\frac{\pi}{2} = n_2$. On obtient finalement $\boxed{\theta_L = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)}$

Partie B étude d'un prisme.

4. On écrit les LSD $\boxed{\sin i = n\sin r}$ et $\boxed{\sin i' = n\sin r'}$
5. Dans le triangle AES, on observe un angle α en A, un angle π/2-r en E et un angle π/2-r' en S.

On en déduit que $\pi = \alpha + \left(\frac{\pi}{2} - r\right) + \left(\frac{\pi}{2} - r'\right)$ d'où $\boxed{A = r + r'}$.

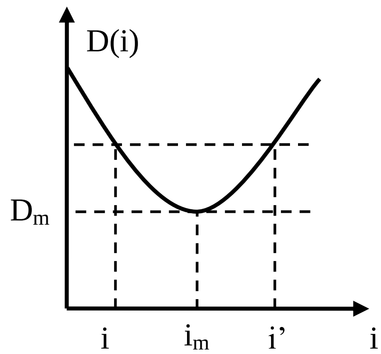
6. En entrée, depuis l'air le milieu le moins réfringeant, l'angle d'incidence maximal $\boxed{i_{\max} = \frac{\pi}{2}}$ correspond à un angle de réfraction maximal $\boxed{r_{\max} = \theta_L = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)}$
7. Sur la face de sortie, on aura les mêmes observations $\boxed{i'_{\max} = \frac{\pi}{2}}$ et $\boxed{r'_{\max} = \theta_L = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)}$
8. On déduit des trois questions précédents que l'angle au sommet du prisme doit vérifier $\boxed{A \le 2r_L}$
9. On peut observer la réflexion totale lorsqu'on passe du verre à l'air, donc sur la face de sortie.

   On en déduit que $\boxed{r' \le \theta_L}$
10. On exploite la relation de la q5 $A - r \le \theta_L$ puis $\sin r \ge \sin(A - \theta_L)$

    On utilise alors LSD en entrée pour obtenir $\sin i = n\sin r \ge n\sin(A - \theta_L)$.

    On obtient finalement $\boxed{i \ge i_O = \arcsin\left(n\sin(A - \theta_L)\right)}$
11. Dans le triangle A'ES, on observe un angle (π-D) au sommet A', un angle (i-r) en E et un angle (i'-r') en S. On en déduit que $\pi = (\pi - D) + (i - r) + (i' - r')$

    On exploite la relation de la q5 pour obtenir finalement $\boxed{D = i + i' - A}$
12. En reprenant la courbe, on situe la valeur minimale D_m au point où les domaines donnant les valeurs de i et de i' se rejoignent en un point où $\boxed{i = i' = i_m}$.



13. Au point de déviation minimum, on traduit la relation de la q11. par $D_m = 2i_m - A$ et la relation de la q5 par $A = 2r_m$, où $r_m = r = r'$ quand on est dans la configuration de déviation minimale.

    On écrit la LSD sur la face d'entrée : $\sin i_m = n\sin r_m$ ce qui donne bien $\boxed{n.\sin\left(\frac{A}{2}\right) = \sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right)}$

14. L'indice optique d'un milieu transparent homogène et isotrope est défini par le rapport de la célérité de la lumière dans le vide et de la célérité de la lumière dans le milieu considéré $n=\frac{c}{v}$ où c=3,0.10^{8}m.s^{-1} est la vitesse de la lumière dans le vide.

D'après les données du tableau 1, l'indice optique du milieu varie en fonction de la longueur d'onde (dans le vide) de l'onde lumineuse. On en déduit que la célérité de la lumière dépend de la longueur d'onde de la lumière étudiée, ce qui correspond par définition à un milieu dispersif.

15. Pour λ_O=404,6nm, on observe une lumière violette, pour λ_O=706,5nm, on observe une lumière rouge.

L'indice optique est le plus grand pour la lumière violette et il est le plus petit pour la lumière rouge.

On observe par la relation établie à la q13 que D_m augmente lorsque l'indice optique augmente, la déviation minimale est la plus grande pour le violet et elle est la plus faible pour le rouge.

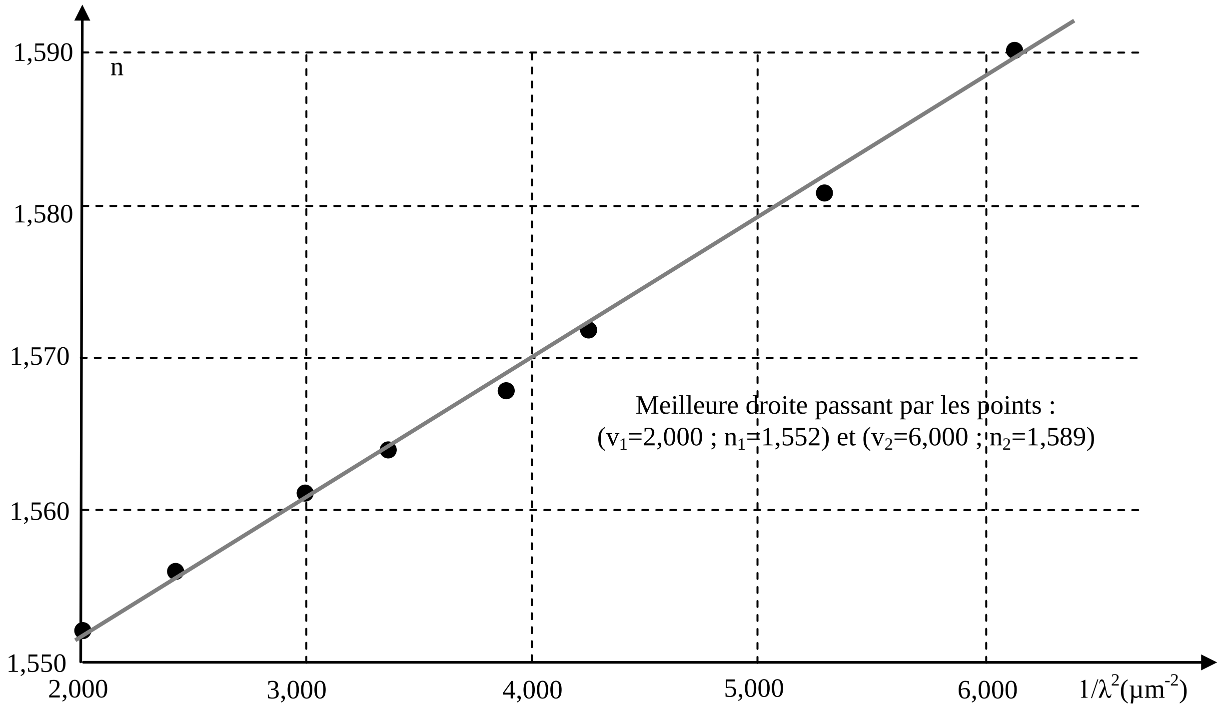
16. On fait l'A.N demandée $\boxed{\theta_L=\arcsin\left(\frac{1}{n(508,6)}\right)=39°37'}$. On constate que A=60° est bien inférieur à $2\theta_L\approx 79°$, on peut donc envisager un rayon émergent d'après la relation établie en q8.

On fait la seconde A.N $\boxed{i_O=\arcsin\left(n\sin(\alpha-\theta_L)\right)=33°5'}$, cette valeur est assez grande pour occasionner des difficultés lors de la mise en œuvre du prisme en TP.

17. On reprend le tableau fourni :

λ (µm)	0,4046	0,4358	0,4861	0,5086	0,5461	0,578	0,6438	0,7065
n	1,590	1,581	1,572	1,568	1,564	1,561	1,556	1,552
$1/\lambda^2$(µm^{-2})	6,109	5,265	4,232	3,866	3,353	2,993	2,413	2,003

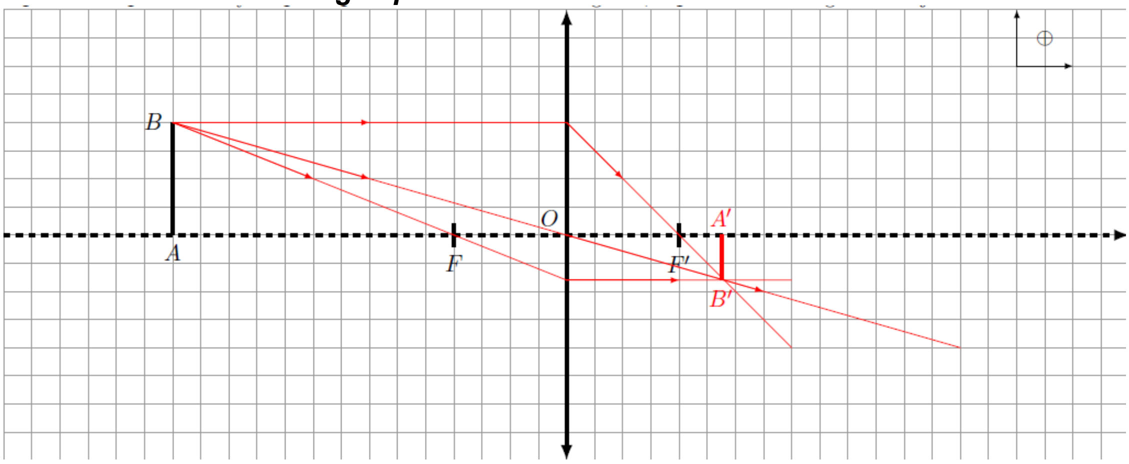
18. On trace la courbe suivante avec les échelles imposées :

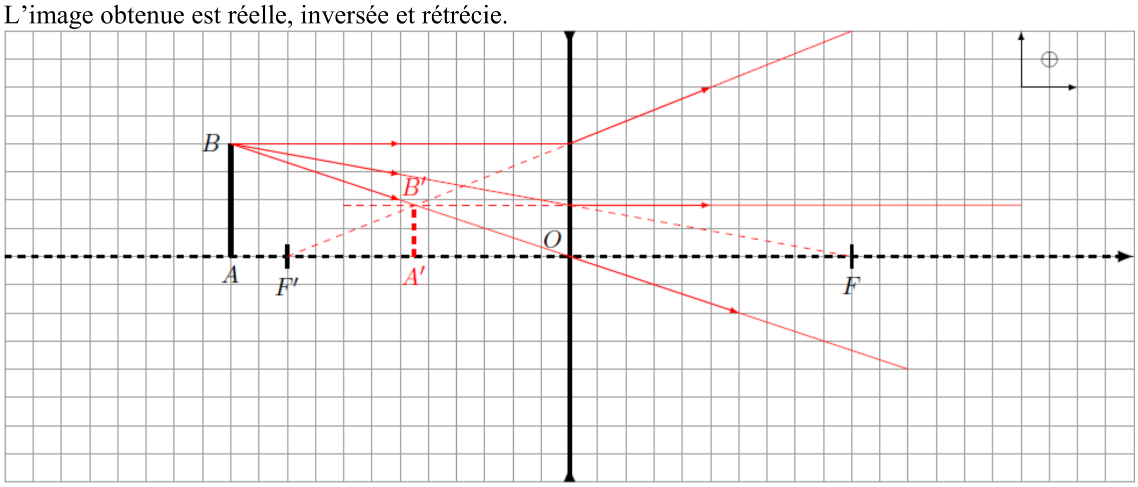


19. La courbe obtenue est censée être une droite, d'ordonnée à l'origine n_O et de pente A. C'est bien ce que nous observons à l'œil nu. Les valeurs de n_O et A respectent alors le système suivant d'après les deux points de relevé :

$$\begin{cases} n_O+Av_1=n_1 \\ n_O+Av_2=n_2 \end{cases} \text{ ce qui donne } \begin{cases} A=\frac{n_2-n_1}{v_2-v_1} \\ n_O=\frac{n_1v_2-n_2v_1}{v_2-v_1} \end{cases} \text{ les AN donnent : } \begin{cases} A=9,25.10^{-3}\,\mu m^2 \\ n_O=1,533 \end{cases}$$

Exercice 3 :construction d'images par une lentille mince.

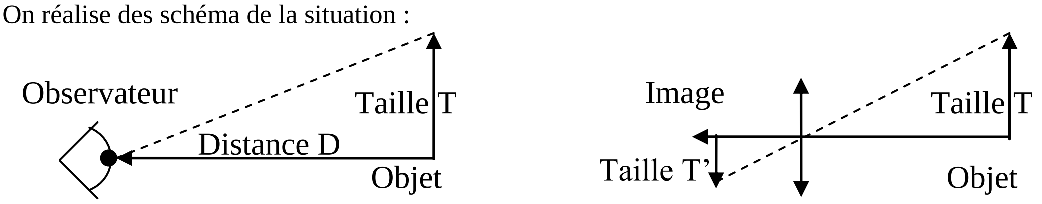
1. 

2. L'image obtenue est réelle, inversée et rétrécie.
3. 

4. L'image obtenue est virtuelle, droite et rétrécie.

Résolution de problème : face au vide et devant la lune…

On réalise des schéma de la situation :



La lune est vue sous le secteur angulaire α donné par la relation $\tan\alpha = \dfrac{T_{lune}}{D_{lune}}$

Dean Potter est vu sous le secteur angulaire α' donné par la relation $\tan\alpha' = \dfrac{T_{Dean}}{D_{Dean}}$

On en déduit que $\dfrac{\tan\alpha}{\tan\alpha'} = \dfrac{T_{lune}}{T_{Dean}}\dfrac{D_{Dean}}{D_{lune}}$ On obtient alors $D_{Dean} = \dfrac{\tan\alpha}{\tan\alpha'}\dfrac{T_{Dean}}{T_{lune}}D_{lune}$.

Il reste à évaluer T_{Dean} qu'on peut prendre de l'ordre de 1,8m.

Pour le rapport $\dfrac{\tan\alpha}{\tan\alpha'}$ on peut être

En exploitant l'image obtenue sur la photo, on peut obtenir $\dfrac{\tan\alpha}{\tan\alpha'} = \dfrac{l'}{h'}$ où la hauteur de l'image de Dean est h'=60 pixels et où la largeur de la lune est l'=460 pixels.

On obtient finalement $D_{Dean} = \dfrac{l'}{h'}\dfrac{T_{Dean}}{T_{lune}}D_{lune}$ l'application numérique donne $\boxed{D_{Dean} \approx 500m}$ soit un demi kilomètre.

Cette valeur semble correcte, puisqu'elle implique effectivement un très fort grandissement pour espérer obtenir une image satisfaisante d'un homme à une telle distance.