La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte.

<u>Les candidats sont très fortement invités à encadrer les réponses finales aux questions posées. L'usage de calculatrices est autorisé.</u>

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Exercice 1 : modèle de Rayleigh de la vibration d'une étoile.

La surface d'une étoile est animée d'un mouvement de vibration qui renseigne sur sa composition. La fréquence fondamentale f_O de vibration d'une étoile dépend de plusieurs paramètres. La cohésion de l'astre étant assurée par les forces de gravitation, Lord Rayleigh propose dans un article publié en 1915 dans Nature, que cette fréquence dépende de :

- R le rayon de l'étoile.
- ρ la masse volumique de l'étoile.
- G la constante de gravitation universelle.

1. Rappeler la liste des 7 dimensions fondamentales du système international, en indiquant aussi les symboles et les unités de base associées.
2. Indiquer la dimension de R.
3. Indiquer la dimension de la fréquence f_O.
4. A l'aide d'une relation de votre choix, indiquer la dimension de la masse volumique ρ ainsi que l'unité associée.
5. A l'aide d'une relation de votre choix, établir la dimension d'une force. Rappeler l'unité de force dans le système international, et la traduire en fonction des unités associées aux dimensions fondamentales.

On rappelle que la force d'interaction gravitationnelle entre deux systèmes de masse m_1 et m_2 séparés d'une distance r s'exprime sous la forme $\vec{F} = -G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}\vec{u}$ où $\vec{u}$ est un vecteur unitaire sans dimension associée.

6. Faire un schéma pour illustrer cette loi et déterminer la dimension de la constante de gravitation universelle G.

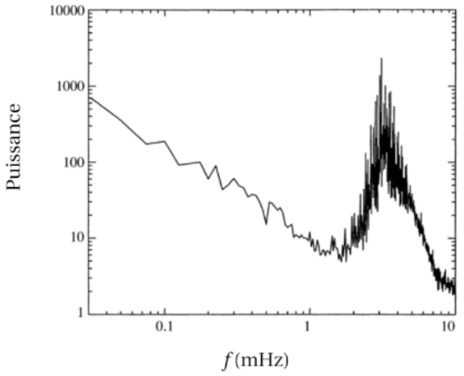
On applique alors la méthode de l'analyse dimensionnelle pour déterminer l'expression de f_O en fonction des trois paramètres dont on présuppose qu'elle dépend en écrivant $f_O = kR^a\rho^b G^c$

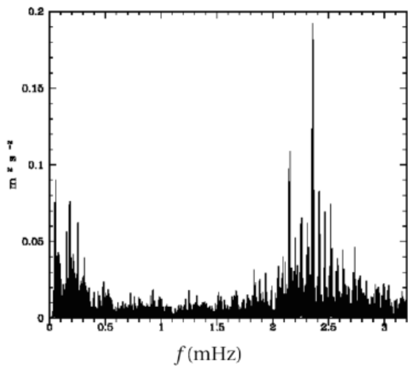
7. Déterminer les valeurs des coefficients a, b et c.

Dans son article, Rayleigh arrive à la conclusion suivante :
« The frequency of vibration of a globe of liquid, vibrating in any of its nodes under its own gravitation, is independent of the diameter and directly as the square root of the density ».

8. Votre résultat est-il cohérent avec la proposition de Lord Rayleigh ?

On donne ci-dessous les spectres donnant les fréquences de vibration du soleil (à gauche) et de l'étoile alpha du Centaure (à droite).





9. A partir du spectre enregistré sur le Soleil, déterminer la valeur de la constante k.
10. Déterminer alors la masse volumique de l'étoile alpha du Centaure.

<u>Données :</u> $G=6{,}67.10^{-11}$USI ; masse du soleil $M_S=2{,}0.10^{30}$kg ; rayon du Soleil : $R_S=7{,}0.10^5$km.

Exercice 2 : étude de la dispersion par un milieu transparent homogène isotrope.

Partie A : étude des lois de Snell Descartes.

1. Rappeler, en précisant bien ce que sont les différentes grandeurs sur un schéma, les lois de Snell-Descartes pour la réflexion ainsi que les lois de Snell-Descartes pour la réfraction.
2. A quelles conditions est-on amené à observer le phénomène de réflexion totale sur un dioptre ?
3. Déterminer l'expression de θ_L l'angle limite de réfraction.

Partie B étude d'un prisme.

On considère un prisme d'angle A = 60° constitué d'un verre d'indice n. On appelle déviation (notée D) l'angle entre le rayon transmis par le prisme et le rayon incident.

On notera i et i' les angles d'incidence à l'entrée et à la sortie du prisme, ainsi que r et r' les angles des rayons réfractés à l'intérieur du prisme respectivement côté entrée et côté sortie.

<u>La convention de signe est trigonométrique pour A, i, et r, et horaire pour i', r' et D.</u>

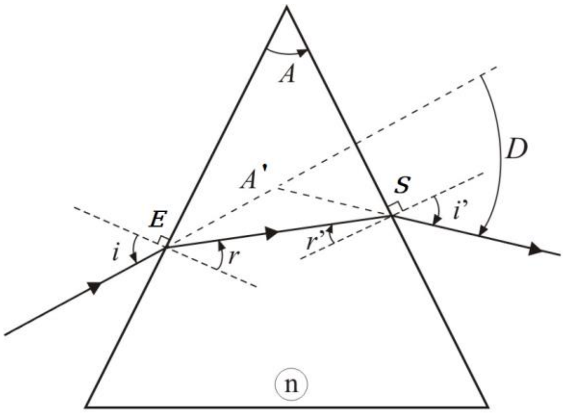


Figure 1 : Déviation d'un rayon lumineux par un prisme.

4. Ecrire les relations liant i et r d'une part et i' et r' d'autre part.
5. En étudiant le triangle AES, montrer la relation $A = r + r'$
6. Sur la face d'entrée, quelle est la valeur de i_{max} l'angle d'incidence maximale ? A quelle valeur d'angle de réfraction r_{max} correspond-t-elle ?
7. Sur la face de sortie, quelle est la valeur maximale de i'_{max} ? de r'_{max} ?
8. En déduire une valeur maximale de A pour qu'un rayon incident sur la face d'entrée produise un rayon émergent de la face de sortie.
9. Sur quelle face (entrée ou sortie) peut-on observer la réflexion totale ? Quelle inégalité doit respecter r' pour produire un rayon émergent ?
10. En déduire que l'angle i doit respecter la relation $i > i_O = \arcsin\left(n\sin(A-\theta_L)\right)$
11. En étudiant le triangle A'ES, montrer la relation $D = i + i' - A$.

Pour une valeur donnée de l'indice n, la déviation D n'est fonction que de l'angle i. Lorsque i varie, la déviation présente un minimum noté D_m pour une valeur d'angle i_m.

Le principe de retour inverse de la lumière permet d'affirmer qu'une valeur de déviation D est obtenue pour une incidence i en entrée correspondant à une émergence i', et pour une incidence i' en entrée correspondant à une émergence i.

On a tracé ci-contre la courbe donnant l'évolution de D en fonction de i, et indiqué où se situe alors i' pour une certaine valeur de i.

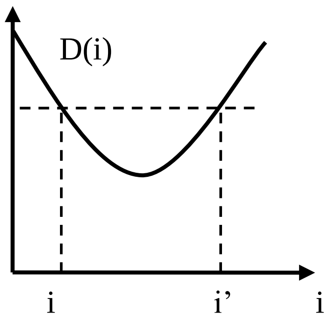


Figure 2 : Courbe donnant D(i)

12. Reprendre la courbe et indiquer en quel point on réalise le minimum de déviation D_m. En déduire qu'à ce minimum on respecte la relation $i = i' = i_m$
13. Etablir alors la relation $n.\sin\left(\frac{A}{2}\right) = \sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right)$

On étudie maintenant un prisme fabriqué dans un matériau dont l'indice optique est donné en fonction de la longueur d'onde λ dans le vide (exprimée en micromètre) dans le tableau suivant.

λ (µm)	0,4046	0,4358	0,4861	0,5086	0,5461	0,578	0,6438	0,7065
n	1,590	1,581	1,572	1,568	1,564	1,561	1,556	1,552

Tableau 1. Variations de l'indice du matériau en fonction de la longueur d'onde.

14. Rappeler la définition de l'indice optique d'un milieu transparent linéaire homogène et isotrope. Déduire du tableau précédent que le verre du prisme est un milieu dispersif.
15. A quelle couleur correspond la longueur d'onde 404,6nm ? A quelle couleur correspond la longueur d'onde 706,5nm ? Pour quelle couleur l'indice optique est le plus grand ? Pour quelle couleur l'indice optique est le plus petit ? En déduire pour quelle couleur la déviation minimale est la plus grande et pour quelle couleur la déviation minimale est la plus faible.

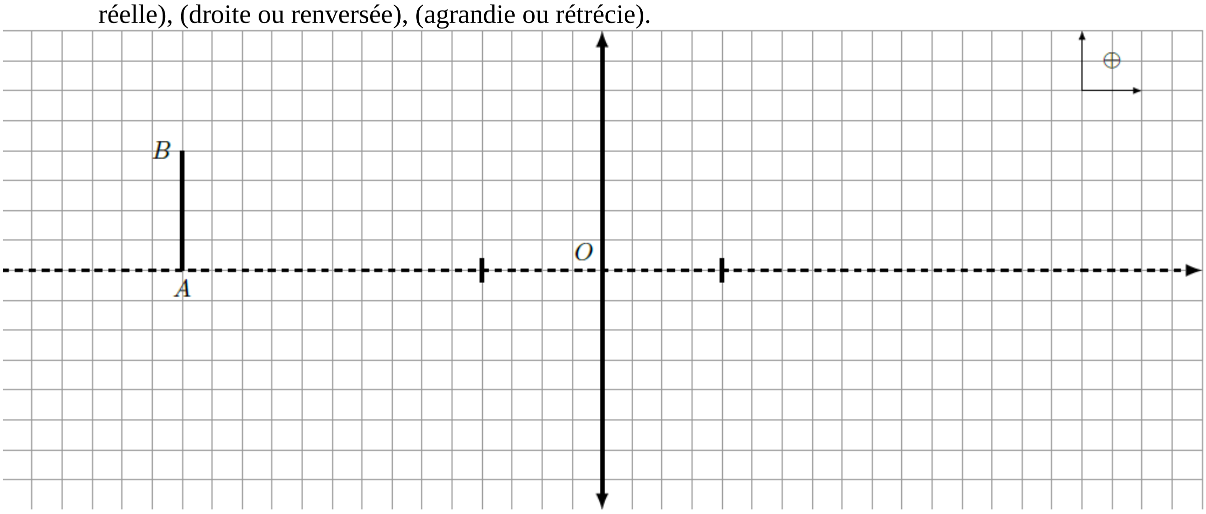
16. Pour la longueur d'onde 508,6nm, déterminer la valeur numérique de θ_L et vérifier que la valeur de l'angle A permet d'envisager un rayon émergent. Déterminer également la valeur numérique de i_O et commenter le résultat obtenu.

On souhaite vérifier qualitativement le modèle de Cauchy donnant l'évolution de l'indice optique en fonction de la longueur d'onde (dans le vide) λ : $n(\lambda) = n_O + \dfrac{A}{\lambda^2}$.

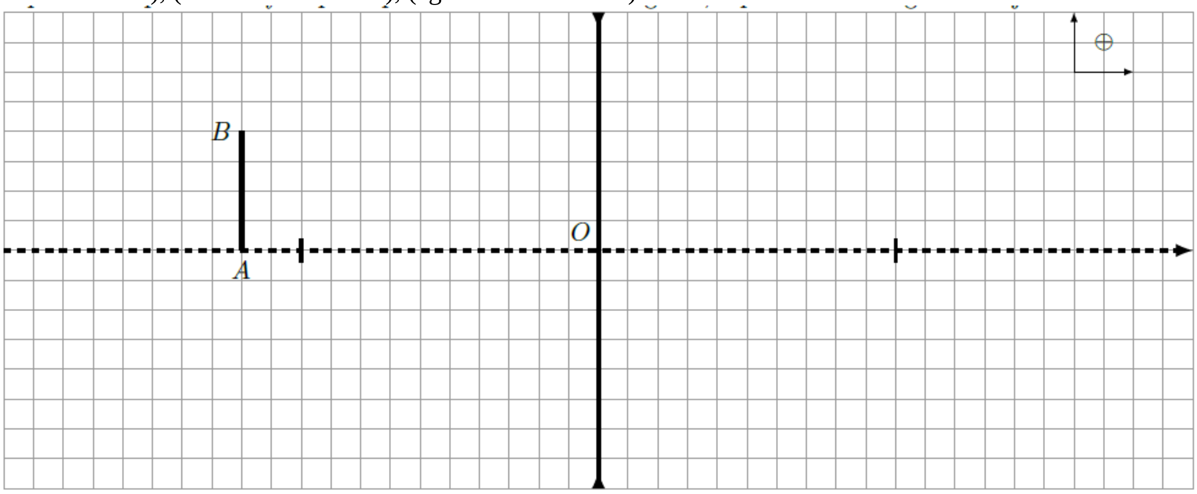
17. Construire le tableau donnant les valeurs de $\dfrac{1}{\lambda^2}$ (en μm^{-2}) pour les différentes longueurs d'onde.
18. Tracer la courbe donnant l'indice optique en fonction de $\dfrac{1}{\lambda^2}$ sur l'intervalle $\dfrac{1}{\lambda^2} \in [2;6,5]\,\mu m^{-2}$ en prenant pour échelle horizontale $1\mu m^{-2} \leftrightarrow 3cm$ et pour échelle verticale $0,01 \leftrightarrow 2cm$.
19. Quelle est l'allure de la courbe obtenue ? Construire alors sur votre feuille la meilleure droite d'approximation de la loi de Cauchy et préciser les valeurs numériques de n_O et A.

Exercice 3 : Constructions d'images par une lentille mince.

1. Sachant que la lentille étudiée est convergente, placer les foyers principaux sur la figure ci-dessous.
2. Construire l'image A'B' de l'objet AB et caractériser là avec le vocabulaire suivant (virtuelle ou réelle), (droite ou renversée), (agrandie ou rétrécie).



3. Sachant que la lentille étudiée est maintenant divergente, placer les foyers principaux sur la figure ci-dessous.
4. Construire alors l'image A'B' de l'objet AB et caractériser là avec le vocabulaire suivant (virtuelle ou réelle), (droite ou renversée), (agrandie ou rétrécie).



Résolution de problèmes : face au vide et devant la lune…

Rappel des compétences associées à la résolution de problème :

- **S'approprier le problème (**faire un schéma, identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Evaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées, relier le problème à une situation modèle connue**).**
- **Etablir une stratégie de résolution, analyser (**Décomposer le problème en des problèmes plus simples, commencer par une version simplifiée, expliciter la modélisation choisie, déterminer et énoncer les lois physiques à utiliser**).**
- **Mettre en œuvre la stratégie, réaliser (**Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée, savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique, utiliser l'analyse dimensionnelle**).**
- **Avoir un regard critique sur les résultats obtenus, valider (**s'assurer qu'on a répondu à la question posée, vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeur connus, comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche, étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue**).**
- **Communiquer (**Présenter la solution, ou la rédiger, en en expliquant le raisonnement et les résultats).

L'image ci-dessous a été extraite d'un fichier vidéo réalisé avec un téléobjectif de 800mm (objectif de très longue focale qui permet un cadrage très serré d'une scène éloignée) et qui représente le sportif de l'extrême Dean Potter en équilibre sur un fil au-dessus du vide, au sommet du Cathedral Peak, dans le parc national du Yosemite en Californie.

1. Quelle est la distance entre l'objectif du photographe et l'équilibriste.

Indications :

- Pour répondre à cette question, il n'est absolument pas nécessaire de connaitre le fonctionnement d'un appareil photo.
- On donne la distance de la Terre à la Lune ($3{,}8.10^6$km) et le rayon de cet astre (1737km).