

**Problème 1 : formation d'une image par une lentille sur une caméra CCD.**

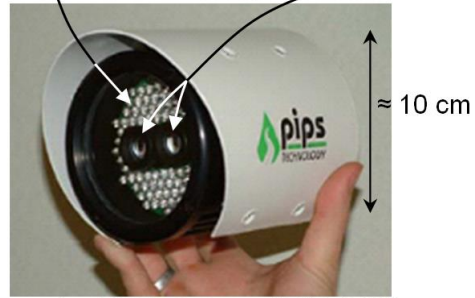
1. Énoncer en les illustrant sur un schéma les deux conditions de l'approximation de Gauss pour un système optique centré.
2. Nommer et définir les deux propriétés vérifiées par les systèmes optiques centrés dans ces conditions.

Pour diminuer le nombre de véhicules circulant dans le centre ville et réduire ainsi les embouteillages, la pollution et le bruit qu'ils engendrent, plusieurs grandes agglomérations (Londres, Singapour, Stockholm) utilisent un système de péage urbain.

Différentes technologies sont mises en œuvre pour détecter les véhicules entrant dans la zone de circulation taxée. Le système londonien, appelé London Congestion Charge (mis en place en 2003) utilise un réseau de 500 caméras installées à chaque point permettant d'entrer ou de sortir de la zone payante. Les images obtenues sont ensuite analysées par un algorithme LAPI (Lecture Automatique des Plaques d'Immatriculation) qui génère une liste des véhicules ayant circulé dans le centre ville, ce qui déclenche la facturation d'une taxe.

Ces systèmes doivent être robustes, peu coûteux, ne nécessiter aucun réglage et être fonctionnels dans des conditions de luminosité très variées. Le modèle retenu, présenté sur la figure 6, comporte deux caméras identiques : l'une enregistrant dans le domaine visible et l'autre dans le proche infrarouge grâce à un filtre stoppant les radiations visibles. Un ensemble de diodes électroluminescentes (DEL) émettant des flashes de longueurs d'onde respective 810nm et 950nm entoure les caméras et permet d'illuminer la plaque d'immatriculation.

DEL infrarouges Objectifs des caméras



caméra P362 de la société PIPS®

**Les spécifications du constructeur sont les suivantes :**

Le capteur CCD (Charge Coupled Device) de ces caméras est un rectangle de diagonale 1/4" (0,635 cm) et est découpé en 752 x 582 pixels (largeur x hauteur) ; les pixels sont des carrés tous identiques, de côté a.

Pour réduire le coût, les risques de panne et les réglages lors de l'installation, ces caméras ont une distance focale image  $f'$  fixe. Le constructeur propose différents modèles destinés à enregistrer les plaques d'immatriculation à une distance de mesure déterminée L.

Le tableau suivant résume les modèles disponibles :

Modèle de caméra	1	2	3	4	5
Focale $f'$ (mm)	35,0	25,0	16,0	12,0	8,00
Distance de mesure L (m)	20,0	14,5	9,0	7,0	4,5

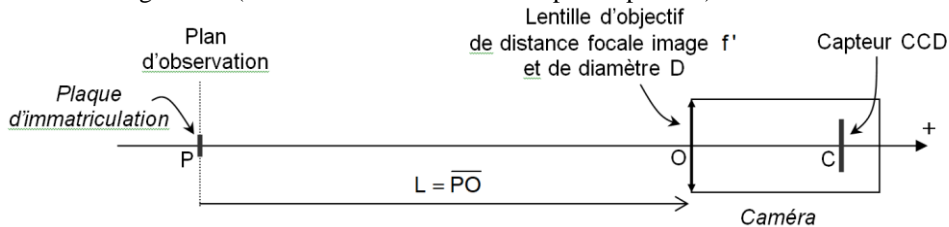
La norme britannique concernant les plaques d'immatriculation est la suivante :

- Les plaques doivent mesurer 110mm de hauteur sur 520mm de largeur.
- Les caractères doivent avoir une hauteur de 79mm et une largeur de 50mm, l'épaisseur du trait étant fixée à 14mm.



Les caméras sont identiques et constituées d'une lentille d'objectif de distance focale image  $f'$  qui forme sur le capteur CCD une image de la plaque d'immatriculation.

La figure illustre cette configuration (les échelles relatives ne sont pas respectées).



**Etude de la configuration mise en place pour la lecture des plaques d'immatriculation.**

3. Rappeler sans démonstration la condition portant sur la distance focale  $f'$  et la distance PC entre l'objet réel et l'image réelle pour que la conjugaison soit réalisable.
4. Exprimer la distance algébrique  $OC$  en fonction de  $L = \overline{PO}$  et  $f'$ .
5. Donner la définition du grandissement  $\gamma$  puis obtenir son expression en fonction de L et  $f'$ .
6. En tenant compte des valeurs numériques du tableau fourni, simplifier l'expression de  $OC$  et commenter.
7. Simplifier de même l'expression du grandissement  $\gamma$ . L'évaluer numériquement avec 3 chiffres significatifs pour les 5 modèles de caméras présentés.

**Pour les questions suivantes,  $\gamma$  sera pris égal à la moyenne des cinq valeurs obtenues précédemment.**

8. A partir des données fournies en début d'énoncé, déterminer les valeurs numériques de la largeur et de la hauteur du capteur CCD en millimètres ainsi que la valeur numérique de la longueur  $a$  du côté d'un pixel de ce capteur.
9. En déduire les dimensions du champ de vue dans le plan d'observation, c'est-à-dire les dimensions de l'objet qui sera imagé sur la caméra CCD. Est-il suffisant d'installer une caméra par rue permettant d'accéder au centre-ville ?
10. Déterminer la taille de l'image d'un des caractères de la plaque d'immatriculation sur le capteur CCD en micromètres, puis en pixels.
11. Le dimensionnement de la caméra est imposé par une valeur optimale du grandissement  $\gamma$  qui repose sur un compromis entre deux contraintes antagonistes : préciser lesquelles.
12. Quels problèmes se poseraient si le dispositif ne filmait que dans le domaine visible ? Quels sont les avantages à filmer une seconde image dans l'infrarouge ?

Les lentilles de ces caméras ont un diamètre  $D=1,00\text{cm}$ . Elles se comportent donc comme une pupille circulaire qui diffracte la lumière. L'image d'une source ponctuelle n'est donc pas un point mais présente une certaine étendue spatiale due à la diffraction dont le diamètre est donnée par la relation :  $a = 2,44 \frac{\lambda}{D} f'$

13. Calculer, pour la caméra de modèle 1, la largeur  $a$  de la tache de diffraction de l'image d'un point sur le capteur CCD pour le rayonnement infrarouge utilisé. Comparer ce phénomène à la pixellisation de l'image. Limite-t-il la résolution ?

### Problème 2 : Découverte de Proxima du Centaure

L'étoile Proxima Centauri a été découverte en 1915 par l'astronome britannique Robert Innes, alors directeur de l'observatoire de l'Union à Johannesburg en Afrique du Sud. C'est une étoile de type naine rouge, de masse  $M_E=2,4.10^{29}$  kg et de rayon  $R_E=9,8.10^4$  km. Elle est située à  $D_E=4,0.10^{13}$  km soit 4,2 années-lumière du Soleil. Dans la suite du sujet, toutes les applications numériques seront faites à la longueur d'onde moyenne du visible  $\lambda_{obs}=600$  nm.

1. Justifier que la distance entre la Terre et Proxima du Centaure peut-être approximée à 4,2 années-lumière.

Pour voir l'étoile Proxima Centauri, un instrument de type lunette de Galilée est utilisé. Il est modifié par rapport à la configuration habituelle pour faire l'image finale de l'étoile sur une plaque photographique.

- Une lentille convergente  $L_1$  objectif, de centre optique  $O_1$  de foyer principal objet  $F_1$  et de foyer principal image  $F_1'$ , de distance focale image  $f_1'=8,0$  m.
- Une lentille divergente  $L_2$  de projection, de centre optique  $O_2$  de foyer principal objet  $F_2$  et de foyer principal image  $F_2'$ , de distance focale image  $f_2'=-0,020$  m.

On étudie d'abord la lunette de Galilée constituée avec ces deux lentilles et qui est donc utilisée pour une observation directe à l'œil.

2. Rappeler le lieu de l'image finale produite par la lunette de Galilée. En déduire la distance algébrique  $O_1O_2$  séparant les deux centres optiques.
3. Réaliser la figure représentative de la lunette de Galilée constituée (sans respecter les échelles !!) et construire deux rayons bien choisis. Y placer les angles  $\alpha$  et  $\alpha'$  sous lesquels on voit l'objet étudié sans la lunette et avec la lunette.
4. Exprimer le grossissement  $G$  de la lunette, c'est-à-dire le rapport  $\alpha'/\alpha$ , en fonction de  $f_1'$  et  $f_2'$ . Faire l'application numérique et commenter le résultat obtenu.

L'instrument d'optique réellement utilisé pour l'expérience est pointé vers l'étoile Proxima Centauri.

5. Où est située l'image de l'étoile par la lentille  $L_1$ , appelée image intermédiaire  $A_1B_1$  ? Illustrer cette situation par un schéma.
6. Déterminer l'expression de la taille de cette image intermédiaire  $A_1B_1$  en fonction de  $D_E$ ,  $R_E$  et  $f_1'$ .

La lentille de projection  $L_2$ , divergente, sert à faire de l'image intermédiaire  $A_1B_1$  une image définitive  $A'B'$ , réelle, non inversée et agrandie d'un facteur 4,0. On note  $\gamma_2$  le grandissement de la lentille  $L_2$ .

7. Exprimer la distance algébrique  $O_2A_1$  en fonction de  $\gamma_2$  et de  $f_2'$ . Commenter le résultat.
8. Exprimer la taille de l'image finale  $A'B'$  en fonction de  $\gamma_2$ ,  $D_E$ ,  $R_E$  et  $f_1'$ . Faire l'application numérique.
9. Illustrer par un schéma la position de  $A_1B_1$ , de  $A'B'$  et de  $L_2$  (sans représenter  $L_1$ ).

En 1915, l'image définitive de l'étoile se formait sur une plaque photographique de dimension 24 mm  $\times$  36 mm, composée de cristaux de 10  $\mu\text{m}$  de chlorure d'argent, précipité blanc qui noircit à la lumière.

10. L'image définitive de l'étoile Proxima Centauri est-elle vue comme ponctuelle ou étendue sur la photo ?

A l'occasion du centenaire de la découverte de Proxima du Centaure, en 2015, la photo de l'étoile a été reprise avec l'instrument d'optique de l'époque mais la plaque photographique a été remplacée par un capteur CCD (Charge Coupled Device) de 100 millions de pixels, de taille identique à la plaque photo originelle.

11. L'image définitive de l'étoile Proxima Centauri est-elle vue comme ponctuelle ou étendue sur le capteur photosensible ?
12. Sachant que le diamètre de la lentille  $L_1$  est  $D_1=50\text{cm}$ , la diffraction par la lentille d'entrée  $L_1$  est-elle gênante pour les observations ? Justifier.